

CORRECTION

Préparer ma rentrée mathématiques en 1^{ère} Générale Spécialité Mathématiques

LYCÉE ROBERT DOISNEAU
À CORBEIL-ESSONNES

1^{er} Juillet 2022 - 30 Août 2022

Exercise 1

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{11}{9} + \frac{10}{9} &= \frac{21}{9} \\ &= \frac{3 \times 7}{3 \times 3} \\ &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{15}{17} - \frac{6}{17} = \frac{9}{17}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{5}{28} - \frac{12}{28} &= -\frac{7}{28} \\ &= -\frac{7 \times 1}{7 \times 4} \\ &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{4}{3} + \frac{9}{8} &= \frac{4 \times 8}{3 \times 8} + \frac{9 \times 3}{8 \times 3} \\ &= \frac{32}{24} + \frac{27}{24} \\ &= \frac{59}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{7}{3} - \frac{5}{4} &= \frac{7 \times 4}{3 \times 4} - \frac{5 \times 3}{4 \times 3} \\ &= \frac{28}{12} - \frac{15}{12} \\ &= \frac{13}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{8}{5} - \frac{1}{9} &= \frac{8 \times 9}{5 \times 9} - \frac{1 \times 5}{9 \times 5} \\ &= \frac{72}{45} - \frac{5}{45} \\ &= \frac{67}{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \frac{8}{3} \times \frac{7}{16} &= \frac{8 \times 7}{3 \times 16} \\ &= \frac{8 \times 7}{3 \times 8 \times 2} \\ &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \frac{1}{8} \times \frac{2}{7} &= \frac{1 \times 2}{8 \times 7} \\ &= \frac{1 \times 2}{2 \times 4 \times 7} \\ &= \frac{1}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \frac{7}{6} + \frac{3}{8} &= \frac{7 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} \\ &= \frac{28}{24} + \frac{9}{24} \\ &= \frac{37}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } \frac{2}{7} + \frac{8}{3} &= \frac{2 \times 3}{7 \times 3} + \frac{8 \times 7}{3 \times 7} \\ &= \frac{6}{21} + \frac{56}{21} \\ &= \frac{62}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } \frac{\frac{4}{7}}{\frac{16}{9}} &= \frac{4}{7} \times \frac{9}{16} \\ &= \frac{4 \times 9}{7 \times 16} \\ &= \frac{4 \times 9}{7 \times 4 \times 4} \\ &= \frac{9}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{5}} &= \frac{2}{9} \times \frac{5}{2} \\ &= \frac{2 \times 5}{9 \times 2} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

Exercice 2

$$a) \frac{2}{5} < \frac{4}{5}$$

$$b) -\frac{8}{7} > -\frac{9}{7}$$

$$c) \frac{9}{2} > \frac{6}{5}$$

$$d) \frac{4}{7} < \frac{5}{8}$$

$$e) -\frac{9}{2} < -\frac{2}{3}$$

$$f) -\frac{3}{7} > -\frac{7}{9}$$

Exercise 3

$$\begin{aligned} \text{a) } 4 + \frac{3}{x+2} &= \frac{4(x+2) + 3}{x+2} \\ &= \frac{4x + 8 + 3}{x+2} \\ &= \frac{4x + 11}{x+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{2x}{x+1} - 5 &= \frac{2x - 5(x+1)}{x+1} \\ &= \frac{2x - 5x - 5}{x+1} \\ &= \frac{-3x - 5}{x+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4}{x+1} + \frac{1}{x+2} &= \frac{4(x+2) + x+1}{(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{4x + 8 + x + 1}{(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{5x + 9}{(x+1)(x+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{2}{x-1} - \frac{3}{2x+1} &= \frac{2(2x+1) - 3(x-1)}{(x-1)(2x+1)} \\ &= \frac{4x + 2 - 3x + 3}{(x-1)(2x+1)} \\ &= \frac{x + 5}{(x-1)(2x+1)} \end{aligned}$$

Exercise 4

a) $88 = 2^3 \times 11$

b) $94 = 2 \times 47$

c) $175 = 5^2 \times 7$

d) $64^5 = (2^6)^5$
 $= 2^{6 \times 5}$
 $= 2^{30}$

e) $27^4 = (3^3)^4$
 $= 3^{3 \times 4}$
 $= 3^{12}$

f) $125^7 = (5^3)^7$
 $= 5^{3 \times 7}$
 $= 5^{21}$

g) $46 \times 54 = 2^1 \times 3 \times 2 \times 3^3$
 $= 2^{3+1} \times 3^{3+1}$
 $= 2^4 \times 3^4$

h) $75^4 \times 27^3 = (3 \times 5^2)^4 \times (3^3)^3$
 $= 3^4 \times (5^2)^4 \times 3^{3 \times 3}$
 $= 3^4 \times 5^{2 \times 4} \times 3^{27}$
 $= 3^{4+27} \times 5^8$
 $= 3^{31} \times 5^8$

i) $30^2 \times 12^3 \times 60^4 = (3 \times 2 \times 5)^2 \times (3 \times 2^2)^3 \times (3 \times 2^2 \times 5)^4$
 $= 3^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 3^3 \times (2^2)^3 \times 3^4 \times (2^2)^4 \times 5^4$
 $= 3^{2+3+4} \times 5^{2+4} \times 2^{2 \times 3 + 2 \times 4}$
 $= 3^9 \times 5^6 \times 2^6 \times 2^8 \times 2^2$
 $= 2^{2+6+2} \times 3^9 \times 5^6$
 $= 2^{16} \times 3^9 \times 5^6$

j) $\frac{42}{56} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 7}$
 $= \frac{3}{4}$

k) $\frac{72}{63} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{3 \times 3 \times 3}$
 $= \frac{4}{9}$

l) $\frac{75^3}{15^4} = \frac{(15 \times 5)^3}{15^4}$
 $= \frac{15^3 \times 5^3}{15^4}$
 $= \frac{15^4 \times 5^4 \times 5^3}{15^4}$
 $= (5 \times 3)^4 \times 5^3$
 $= 5^4 \times 3^4 \times 5^3$
 $= 5^{4+3} \times 3^4$
 $= 5^{12} \times 3^4$

m) $\frac{125}{3^4 \times 2^{11}} = \frac{(2^2 \times 3)^5}{3^4 \times 2^{11}}$
 $= \frac{(2^2)^5 \times 3^5}{3^4 \times 2^{11}}$
 $= \frac{2^{2 \times 5} \times 3^5}{3^4 \times 2^{11}}$
 $= \frac{2^{10} \times 3^5}{3^4 \times 2^{11}}$
 $= 2^{10-11} \times 3^{5-4}$
 $= 2^{-1} \times 3^1$

n) $\frac{36^5}{8^3 \times 27^4} = \frac{(2^2 \times 3^2)^5}{(2^3)^3 \times (3^3)^4}$
 $= \frac{(2^2)^5 \times (3^2)^5}{2^{3 \times 3} \times 3^{3 \times 4}}$
 $= \frac{2^{2 \times 5} \times 3^{2 \times 5}}{2^9 \times 3^{12}}$
 $= \frac{2^{10} \times 3^{10}}{2^9 \times 3^{12}}$
 $= 2^{10-9} \times 3^{10-12}$
 $= 2^1 \times 3^{-2}$

o) $8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2 \times 7^2}{7^4 \times 5^5} \times (7^{-2})^4 = 2^3 \times 7^5 \times 5^5 \times 5^{2-3} \times 7^{2-4} \times 7^{-2 \times 4}$
 $= 2^3 \times 7^5 \times 5^5 \times 5^{-1} \times 7^{-2} \times 7^{-4}$
 $= 2^3 \times 7^{5-2-4} \times 5^{5-1}$
 $= 2^3 \times 7^{-1} \times 5^4$

p) $9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{5 \times 2^2}{(3^2 \times 2)^4} = 3^2 \times \frac{2^2}{3^2} \times \frac{5 \times 2^2}{(3^2)^4 \times 2^4}$
 $= 3^{2-2} \times 2^{2+2-4} \times \frac{5}{3^{2 \times 4}}$
 $= \frac{5}{3^8}$
 $= 5 \times 3^{-8}$

Exercise 5

$$\begin{aligned} 1) a) \frac{121}{\sqrt{11}} &= \frac{121 \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} \\ &= \frac{121\sqrt{11}}{11} \end{aligned}$$

$$= 11\sqrt{11}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{70}{\sqrt{5}} &= \frac{70 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{70\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$= 14\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} c) \frac{3}{\sqrt{2}} &= \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{3}{2} \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \frac{3}{\sqrt{15}} &= \frac{3 \times \sqrt{15}}{\sqrt{15} \times \sqrt{15}} \\ &= \frac{3\sqrt{15}}{15} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) \frac{2}{\sqrt{6}} &= \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) a) \sqrt{27} &= \sqrt{9 \times 3} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \sqrt{72} &= \sqrt{36 \times 2} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \sqrt{180} &= \sqrt{36 \times 5} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \sqrt{108} &= \sqrt{36 \times 3} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) \sqrt{50} &= \sqrt{25 \times 2} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f) \sqrt{32} &= \sqrt{16 \times 2} \\ &= \sqrt{16} \times \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 108 &= 9 \times 12 \\ &= 36 \times 3 \end{aligned}$$

Exercice 6

- a) $16 < 21 < 25$ done $\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$
done $4 < \sqrt{21} < 5$
- b) $100 < 102 < 121$ done $\sqrt{100} < \sqrt{102} < \sqrt{121}$
done $10 < \sqrt{102} < 11$
- c) $36 < 40 < 49$ done $\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$
done $6 < \sqrt{40} < 7$
- d) $9 < 13 < 16$ done $\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$
done $3 < \sqrt{13} < 4$
- e) $49 < 61 < 64$ done $\sqrt{49} < \sqrt{61} < \sqrt{64}$
done $7 < \sqrt{61} < 8$
- f) $81 < 99 < 100$ done $\sqrt{81} < \sqrt{99} < \sqrt{100}$
done $9 < \sqrt{99} < 10$

Exercice 7

$$\begin{aligned} \text{a) } 2\sqrt{12} - \sqrt{12} &= 2\sqrt{9 \times 3} - \sqrt{4 \times 3} \\ &= 2\sqrt{9} \sqrt{3} - \sqrt{4} \sqrt{3} \\ &= 2 \times 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{5} + \sqrt{20} &= \sqrt{5} + \sqrt{4 \times 5} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{4} \sqrt{5} \\ &= \sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{8} - \sqrt{2} &= \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{2} \\ &= \sqrt{4} \sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{2} + \sqrt{8} &= \sqrt{2} + \sqrt{4 \times 2} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{4} \sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt{12} - \sqrt{3} &= \sqrt{4 \times 3} - \sqrt{3} \\ &= \sqrt{4} \sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

Exercise 8

$$\begin{aligned} 1) \frac{1}{\sqrt{3}+2} &= \frac{1 \times (\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2) \times (\sqrt{3}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} \\ &= \frac{\sqrt{3}-2}{-1} \end{aligned}$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} 2) a) \frac{2}{3+\sqrt{7}} &= \frac{2 \times (3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7}) \times (3-\sqrt{7})} \\ &= \frac{6-2\sqrt{7}}{9-7} \\ &= \frac{6-2\sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

$$= 3 - \sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{2}{4-\sqrt{13}} &= \frac{2 \times (4+\sqrt{13})}{(4-\sqrt{13}) \times (4+\sqrt{13})} \\ &= \frac{8+2\sqrt{13}}{16-13} \\ &= \frac{8+2\sqrt{13}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \frac{1+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} &= \frac{(1+\sqrt{5}) \times (2+\sqrt{5})}{(2-\sqrt{5}) \times (2+\sqrt{5})} \\ &= \frac{2+\sqrt{5}+2\sqrt{5}+5}{4-5} \\ &= \frac{7+3\sqrt{5}}{-1} \\ &= -7 - 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

Exercice 9

$$\begin{aligned} 1) \quad h(3) &= -5 \times 3 + 2 \\ &= -13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \text{On cherche } x \in \mathbb{R} \text{ tel que} \\ h(x) = -8 &\Leftrightarrow -5x + 2 = -8 \\ &\Leftrightarrow -5x = -10 \\ &\Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad h(-1) &= -5 \times (-1) + 2 \\ &= 7 \\ &\neq -3 \end{aligned}$$

Ainsi $E \notin \mathcal{G}_h$.

$$\begin{aligned} 4) \quad \text{On cherche } x \in \mathbb{R} \text{ tel que} \\ h(x) = 1 &\Leftrightarrow -5x + 2 = 1 \\ &\Leftrightarrow -5x = -1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

d'abscisse de G est $\frac{1}{5}$.

$$\begin{aligned} 5) \quad h(0) &= -5 \times 0 + 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Ainsi \mathcal{G}_h coupe l'axe des ordonnées en $(0; 2)$

Exercice 10

$$1) h\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{3} + 3$$

$$= \frac{7}{3}$$

2) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$h(x) = 2 \Leftrightarrow -x + 3 = 2$$

$$\Leftrightarrow -x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$3) h(-1) = 1 + 3$$

$$= 4$$

$$\neq -4$$

Ainsi, $E \notin \mathcal{G}_h$.

4) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$h(x) = 7 \Leftrightarrow -x + 3 = 7$$

$$\Leftrightarrow -x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

$$5) h(0) = 3$$

Ainsi \mathcal{G}_h coupe l'axe des abscisses en $(0; 3)$

Exercice 11

1) f est définie si $x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$

Ainsi $D_f = [-3; +\infty[$

2) $f(6) = \sqrt{6+3} + 1$

$$= \sqrt{9} + 1$$

$$= 3 + 1$$

$$= 4$$

3) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x+3} + 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x+3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3.$$

4) $f(22) = \sqrt{22+3} + 1$

$$= \sqrt{25} + 1$$

$$= 5 + 1$$

$$= 6$$

$$\neq 5$$

$A \notin \mathcal{C}_f$

Exercice 12

$$\begin{aligned} 1) a) \text{ Si } x=3, \quad f(x) &= f(3) \\ &= 3^2 - 6 \\ &= 9 - 6 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Faux

$$\begin{aligned} b) \text{ Si } x=-1, \quad f(x) &= f(-1) \\ &= (-1)^2 - 6 \\ &= -5 \end{aligned}$$

Faux

$$\begin{aligned} c) \text{ Si } f(x) &= 16 \text{ alors } x^2 - 6 = 16 \\ x^2 &= 22 \\ x &= -\sqrt{22} \text{ ou } x = \sqrt{22} \end{aligned}$$

Faux

$$\begin{aligned} d) \quad f(-2) &= (-2)^2 - 6 \\ &= 4 - 6 \\ &= -2 \\ &\neq -4 \end{aligned}$$

Faux.

$$\begin{aligned} 2) \quad f(\sqrt{5}) &= (\sqrt{5})^2 - 6 \\ &= 5 - 6 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \text{ On cherche } x \in \mathbb{R} \text{ tel que} \\ f(x) = \pi &\Leftrightarrow x^2 - 6 = \pi \\ &\Leftrightarrow x^2 = 6 + \pi \\ &\Leftrightarrow x = -\sqrt{6+\pi} \text{ ou } x = \sqrt{6+\pi}. \end{aligned}$$

Exercice 13

1) f est définie si $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

$$\begin{aligned} 2) \quad f(-2) &= \frac{3 \times (-2) - 2}{-2 - 1} \\ &= \frac{-6 - 2}{-3} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

3) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$\begin{aligned} f(x) = 5 &\Leftrightarrow \frac{3x-2}{x-1} = 5 \\ &\Leftrightarrow \frac{3x-2}{x-1} - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{3x-2-5(x-1)}{x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{3x-2-5x+5}{x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-2x+3}{x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow -2x+3=0 \text{ et } x-1 \neq 0 \\ &\Leftrightarrow -2x=-3 \text{ et } x \neq 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ et } x \neq 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad f(-1) &= \frac{3 \times (-1) - 2}{-1 - 1} \\ &= \frac{-3 - 2}{-2} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$E \notin \mathcal{B}_f$

5) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$\begin{aligned} f(x) = -1 &\Leftrightarrow \frac{3x-2}{x-1} = -1 \\ &\Leftrightarrow \frac{3x-2}{x-1} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{3x-2+x-1}{x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{4x-3}{x-1} = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x-3=0 \text{ et } x-1 \neq 0 \\ &\Leftrightarrow 4x=3 \text{ et } x \neq 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \text{ et } x \neq 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad f(0) &= \frac{3 \times 0 - 2}{0 - 1} \\ &= 2 \end{aligned}$$

\mathcal{C}_f coupe l'axe des ordonnées en $(0; 2)$.

Exercise 14

$$a) 2(a+4) = 2a + 8$$

$$b) -4(6-x) = -24 + 4x \\ = 4x - 24$$

$$c) (11x - 7) \times 5 = 55x - 35$$

$$d) 10(5a - 3) = 50a - 30$$

$$e) (-3x + 8) \times (-7) = 21x - 56$$

$$f) 5(5x^2 - 3x + 4) = 25x^2 - 15x + 20$$

$$g) a(20 - 2b + a) = 20a - 2ab + a^2$$

$$h) (71x - 41) \times x = 71x^2 - 41x$$

$$i) (2x^2 - 5x + 6) \times (-4x) = -8x^3 + 20x^2 - 24x$$

$$j) 12 \left(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{6} - \frac{1}{3} \right) = 3x^2 + 2x - 4$$

Exercise 15

$$\begin{aligned} \text{a) } (2x+1)(3x-4) &= 6x^2 - 8x + 3x - 4 \\ &= 6x^2 - 5x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (x^2+3)(1-3x) &= x^2 - 3x^3 + 3 - 9x \\ &= -3x^3 + x^2 - 9x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (3a+2b)(-a-5b) &= -3a^2 - 15ab - 2ab - 10b^2 \\ &= -3a^2 - 17ab - 10b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (a-b)(a+b) &= a^2 + ab - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (5x-y)(3y+x) &= 15xy + 5x^2 - 3y^2 - xy \\ &= 5x^2 + 14xy - 3y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (8x+24)\left(\frac{x}{4} - \frac{1}{8}\right) &= 2x^2 - x + 6x - 3 \\ &= 2x^2 + 5x - 3 \end{aligned}$$

$$\text{g) } \frac{1}{3}(39x-11)(5x+3) = \left(13x - \frac{11}{3}\right)(5x+3)$$

$$= 65x^2 + 39x - \frac{55}{3}x - 11$$

$$= 65x^2 + \frac{62}{3}x - 11$$

$$\text{h) } \left(\frac{2x}{7} + \frac{1}{5}\right)(14-35x) = 4x - 10x^2 + \frac{14}{5} - 7x$$

$$= -10x^2 - 3x + \frac{14}{5}$$

Exercise 16

$$a) (a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

$$b) (9-b)^2 = 81 - 18b + b^2 \\ = b^2 - 18b + 81$$

$$c) (x+7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

$$d) (10-x)(10+x) = 100 - x^2 \\ = -x^2 + 100$$

$$e) (8x-6)^2 = 64x^2 - 96x + 36$$

$$f) (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 \\ = 5 - 2 \\ = 3$$

$$g) (11+3x)^2 = 121 + 66x + 9x^2 \\ = 9x^2 + 66x + 121$$

$$h) (\sqrt{3} + \sqrt{27})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{27} + (\sqrt{27})^2 \\ = 3 + 2 \times \sqrt{81} + 27 \\ = 30 + 2 \times 9 \\ = 48$$

$$i) \left(\frac{x}{3} - 3\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{x}{3}\right) \times 3 + 3^2 \\ = \frac{x^2}{9} - 2x + 9$$

$$j) \left(\frac{5x}{12} + 6\right)^2 = \left(\frac{5x}{12}\right)^2 + 2 \times \frac{5x}{12} \times 6 + 36 \\ = \frac{25x^2}{144} + 5x + 36$$

Exercice 17

$$\begin{aligned} \text{a) } 3a - 6b + 12 &= 3 \times a - 3 \times 2b + 3 \times 4 \\ &= 3(a - 2b + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5x^2 + 3x &= x \times 5x + x \times 3 \\ &= x(5x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 36a^2 - 24b + 12c &= 12 \times 3a^2 - 12 \times 2b + 12 \times c \\ &= 12(3a^2 - 2b + c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 7x - 49x^2 &= 7x \times 1 - 7x \times 7x \\ &= 7x(1 - 7x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b &= \frac{1}{3} \times a + \frac{1}{3} \times 2b \\ &= \frac{1}{3}(a + 2b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt{2}x - 5\sqrt{2} &= \sqrt{2} \times x - \sqrt{2} \times 5 \\ &= \sqrt{2}(x - 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } (x-2)(3a-b) + (x-2)(7a+2b-3) &= (x-2)(3a-b+7a+2b-3) \\ &= (x-2)(10a+b-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } (7x-4)(10x+1) - (-3x+7)(7x-4) &= (7x-4)((10x+1)-(-3x+7)) \\ &= (7x-4)(10x+1+3x-7) \\ &= (7x-4)(13x-6) \end{aligned}$$

Exercise 18

$$a) 16a^2 - 9b^2 = (4a)^2 - (3b)^2$$

$$= (4a - 3b)(4a + 3b)$$

$$b) 4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$= (2x - 3)^2$$

$$c) 25x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$$

$$= (5x - 2)^2$$

$$d) 9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$$

$$= (3x + 2)^2$$

$$e) 144x^2 - 49y^2 = (12x)^2 - (7y)^2$$

$$= (12x - 7y)(12x + 7y)$$

$$f) \frac{9}{4}x^2 - 3x + 1 = \left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2}x \times 1 + 1^2$$

$$= \left(\frac{3}{2}x - 1\right)^2$$

$$g) 9x^2 + 18x + 9 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 3 + 3^2$$

$$= (3x + 3)^2$$

$$h) 121x^2 + 220x + 100 = (11x)^2 + 2 \times 11x \times 10 + 10^2$$

$$= (11x + 10)^2$$

$$i) 144 - 16x^2 = 12^2 - (4x)^2$$

$$= (12 - 4x)(12 + 4x)$$

$$j) 1 - \frac{25}{36}x^2 = 1^2 - \left(\frac{5}{6}x\right)^2$$

$$= \left(1 - \frac{5}{6}x\right) \left(1 + \frac{5}{6}x\right)$$

Exercise 19

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x+h) &= 5(x+h) - 3 \\ &= 5x + 5h - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x+h) &= -10(x+h) + 6 \\ &= -10x - 10h + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } f(x+h) &= (x+h)^2 \\ &= x^2 + 2xh + h^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } f(x+h) &= -2(x+h)^2 + 1 \\ &= -2(x^2 + 2xh + h^2) + 1 \\ &= -2x^2 - 4xh - 2h^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } f(x+h) &= (x+h+2)^2 \\ &= (x+h)^2 + 2 \times (x+h) \times 2 + 4 \\ &= x^2 + 2xh + h^2 + 4x + 4h + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } f(x+h) &= (x+h)^2 + x+h+1 \\ &= x^2 + 2xh + h^2 + x+h+1 \end{aligned}$$

Exercise 20

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x+h) - f(x) &= 9(x+h)+1 - (9x+1) \\ &= 9x+9h+1 - 9x-1 \\ &= 9h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x+h) - f(x) &= (2(x+h)-4)^2 - (2x-4)^2 \\ &= (2x+2h-4)^2 - 4x^2 + 16x - 16 \\ &= (2x+2h)^2 - 2(2x+2h) \cdot 4 + 16 - 4x^2 + 16x - 16 \\ &= 4x^2 + 8xh + 4h^2 - 16x - 16h - 4x^2 + 16x \\ &= 4h^2 - 16h + 8xh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } f(x+h) - f(x) &= \frac{1}{x+h} - \frac{1}{x} \\ &= \frac{x - x - h}{x(x+h)} \\ &= \frac{-h}{x(x+h)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } f(x+h) - f(x) &= 6(x+h)^2 - 4(x+h) + 3 - (6x^2 - 4x + 3) \\ &= 6(x^2 + 2xh + h^2) - 4x - 4h + 3 - 6x^2 + 4x - 3 \\ &= 6x^2 + 12xh + h^2 - 4h - 6x^2 \\ &= h^2 - 4h + 12xh \end{aligned}$$

Exercice 21

$$a) 1 + \frac{2}{100} = 1,02$$

$$b) 1 + \frac{67}{100} = 1,67$$

$$c) 1 - \frac{75}{100} = 0,25$$

$$d) 1 + \frac{33}{100} = 1,33$$

$$e) 1 - \frac{5}{100} = 0,95$$

$$f) 1 - \frac{43}{100} = 0,57$$

Exercice 22

$$\begin{aligned} \text{a) } t &= CM - 1 \\ &= 1,62 - 1 \\ &= 0,62 \end{aligned}$$

soit une évolution de 62% (augmentation)

$$\begin{aligned} \text{b) } t &= CM - 1 \\ &= 1,8 - 1 \\ &= 0,8 \end{aligned}$$

soit une évolution de 80% (augmentation)

$$\begin{aligned} \text{c) } t &= CM - 1 \\ &= 0,4 - 1 \\ &= -0,6 \end{aligned}$$

soit une évolution de -60% (diminution)

$$\begin{aligned} \text{d) } t &= CM - 1 \\ &= 0,27 - 1 \\ &= -0,73 \end{aligned}$$

soit une évolution de -73% (diminution)

$$\begin{aligned} \text{e) } t &= CM - 1 \\ &= 1,59 - 1 \\ &= 0,59 \end{aligned}$$

soit une évolution de 59% (augmentation)

$$\begin{aligned} \text{f) } t &= CM - 1 \\ &= 0,2 - 1 \\ &= -0,8 \end{aligned}$$

soit une évolution de -80% (diminution)

$$\begin{aligned} \text{g) } t &= CM - 1 \\ &= 3 - 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

soit une évolution de 200% (augmentation)

Exercice 23

$$\begin{aligned} \text{a) } 450 \left(1 + \frac{10}{100} \right) &= 450 \times 1,1 \\ &= 495 \end{aligned}$$

la valeur finale sera de 495€.

$$\text{b) le coefficient directeur est } 1 - \frac{30}{100} = 0,7.$$

$$30 \times 0,7 = 21$$

le pull sera à 21€.

c) Cela revient à multiplier par 0,88.

d) Cela revient à multiplier par 1,37.

Exercice 24

a) Sa production de porte-clés en février sera

$$300 \times 1,12 = 336$$

b) Sa production de porte-clés en mars sera

$$336 \times 1,12 \approx 376$$

c) la production dépassera 700 porte-clés dans 8 ans.

Exercice 25

1) d'ensemble de définition de f est $[-8; 7]$.

2) a) $f(6) = 3$

b) $f(-6) = 2$

c) $f(-8) = 6$

d) $f(-4) = -5$

e) $f(-2) = 1$

f) $f(0) = -2$

g) $f(3) = -2$

3) a) $f(x) = -2 \Leftrightarrow x \in \{-5; -3; 0; 3\}$.

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-5,5; -2,5; -1; 5\}$

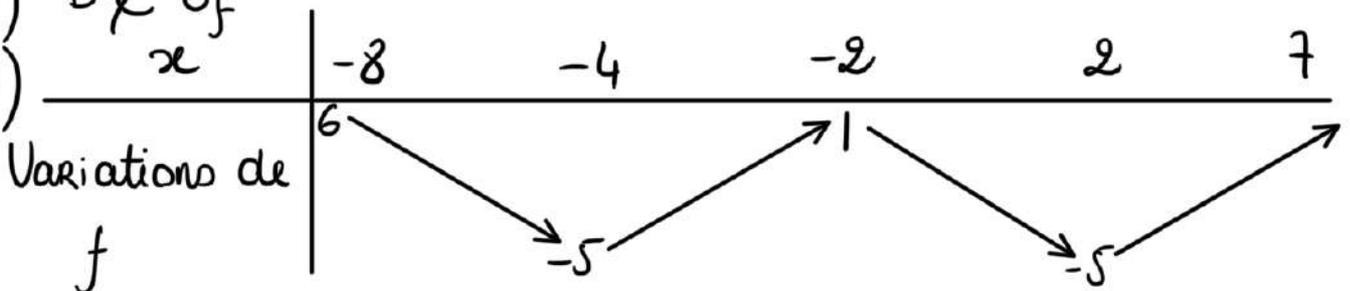
c) $f(x) = 8 \Leftrightarrow x = 7$

d) $f(x) = -5 \Leftrightarrow x \in \{-4; 2\}$.

4) $A \in \mathcal{E}_f$

5) $B \notin \mathcal{E}_f$

6) x



Exercice 26

1) $f(-2) = 0$

2) $f(2) = -4$

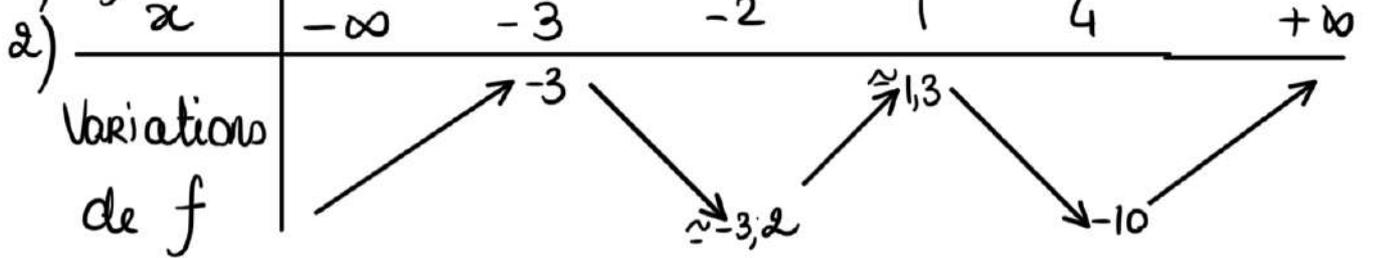
3) -4 a exactement deux antécédents par f .

4)

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$		
Signe de $f(x)$		\circ	\circ	\circ			
	-		+		-		+

Exercice 27

1) $f(4) = -10$



Exercice 28

1) L'ensemble de définition de f est $[-8; 7]$.

2) a) $f(-8) = -3$

b) $f(-4) = 3$

c) $f(0) = -4$

d) $f(2) = 4$.

3) a) $f(x) = 4 \Leftrightarrow x = 2$

b) $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \{-5,5; -3,3; 1,1; 2,8; 5,2\}$

c) $f(x) = -3 \Leftrightarrow x \in \{-8; -1; 0,5\}$

4) a) $A \notin \mathcal{E}_f$

b) $B \notin \mathcal{E}_f$

c) $C \notin \mathcal{E}_f$

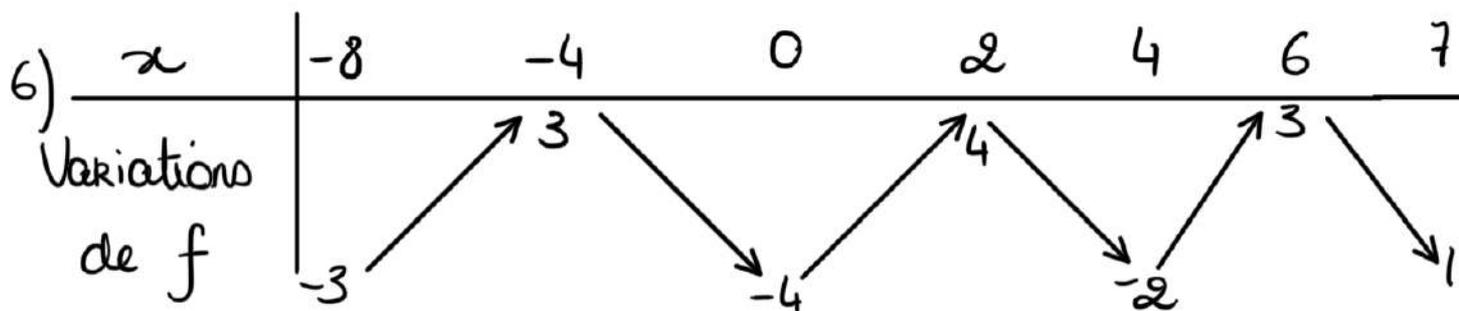
d) $D \notin \mathcal{E}_f$

e) $E \notin \mathcal{E}_f$

f) $F \notin \mathcal{E}_f$

5)

x	-8	-6	-3	1	3	5	7
Signe de $f(x)$	-	\emptyset	+	\emptyset	-	\emptyset	+



Exercice 29

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$= \frac{4 - 2}{1 - 0}$$

$$= 2$$

$$p = 2$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$

Exercice 30

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$= \frac{2 - 3}{2 - 0}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$p = 3$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

Exercice 31

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \\ &= \frac{4 - 3}{2 - 0} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$p = 3$$

Ainsi, on a, pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

Exercice 32

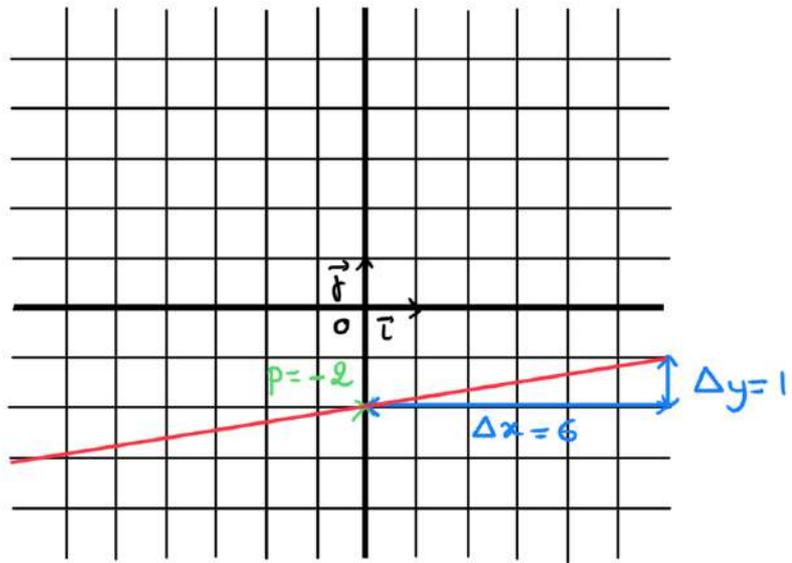
$$\begin{aligned} m &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \\ &= \frac{1 - 3}{1 - 0} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$p = 3$$

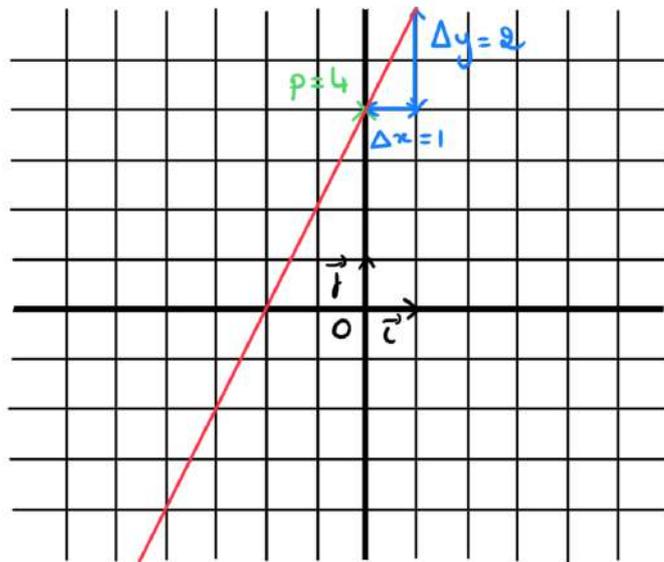
Ainsi, on a pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 3$

Exercice 33

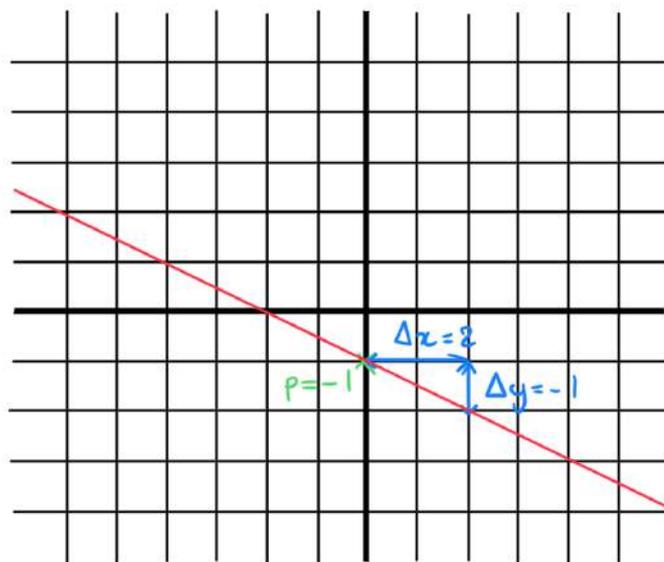
a)



b)



c)



Exercice 34

1) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 5x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$$

Comme $m = 5 > 0$, on a

x	$-\infty$	$-\frac{3}{5}$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	\emptyset	+

2) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x = -12$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Comme $m = -4 < 0$, on a

x	$-\infty$	3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	\emptyset	-

3) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x - 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x = 21$$

$$\Leftrightarrow x = -7$$

Comme $m = -3 < 0$, on a

x	$-\infty$	-7	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	\emptyset	-

4) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x = -18$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Comme $m = 6 > 0$, on a

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	\emptyset	+

5) On sait que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geq 0$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 + 3 \geq 3$

On a donc

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$		+

6) $8x + 4 > 0 \Leftrightarrow 8x > -4$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$$

$3 - 2x > 0 \Leftrightarrow -2x > -3$

$$\Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
Signe de $8x+4$	-	\emptyset	+	+	
Signe de $3-2x$	+	+	\emptyset	-	
Signe de $f(x)$	-	\emptyset	+	\emptyset	-

7) $6x - 36 > 0 \Leftrightarrow 6x > 36$

$$\Leftrightarrow x > 6$$

x	$-\infty$	0	6	$+\infty$	
Signe de x^2	+	\emptyset	+	+	
Signe de $6x-36$	-	-	\emptyset	+	
Signe de $f(x)$	-	\emptyset	-	\emptyset	+

8) $-5x + 25 > 0 \Leftrightarrow -5x > -25$

$$\Leftrightarrow x < 5$$

$34 + 17x > 0 \Leftrightarrow 17x > -34$

$$\Leftrightarrow x > -2$$

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$
Signe de $-5x+25$	+	+	\emptyset	-
Signe de $34+17x$	-	\emptyset	+	+
Signe de $f(x)$	-	+	\emptyset	-

9) $11x + 121 > 0 \Leftrightarrow 11x > -121$

$$\Leftrightarrow x > -11$$

x	$-\infty$	-11	0	$+\infty$	
Signe de x^3	-	-	\emptyset	+	
Signe de $11x+121$	-	\emptyset	+	+	
Signe de $f(x)$	+	\emptyset	-	\emptyset	+

10) $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

$2x + 1 > 0 \Leftrightarrow 2x > -1$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$$

$5 - x > 0 \Leftrightarrow -x > -5$

$$\Leftrightarrow x < 5$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$		
Signe de $x-2$	-	-	\emptyset	+	+		
Signe de $2x+1$	-	\emptyset	+	+	+		
Signe de $5-x$	+	+	+	\emptyset	-		
Signe de $f(x)$	+	\emptyset	-	\emptyset	+	\emptyset	-

Exercice 35

- 1) $f(x) < 2 \Leftrightarrow -12x - 22 < 2$
 $\Leftrightarrow -12x < 24$
 $\Leftrightarrow x > -2$
- 2) $f(x) > 137 \Leftrightarrow x^2 - 14x > 0$
 $\Leftrightarrow x^2 - 14x > 0$
 $\Leftrightarrow (x-12)(x+12) > 0$
- $x - 12 > 0 \Leftrightarrow x > 12$
 - $x + 12 > 0 \Leftrightarrow x > -12$

x	-∞	-12	12	+∞
Signe de x-12	-	0	-	+
Signe de x+12	-	0	+	+
Signe de (x-12)(x+12)	+	0	-	+

$S =]-\infty; -12[\cup]12; +\infty[$

- 3) $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4 \leq 0$
 $\Leftrightarrow 2x^2 \leq -4$
 $\Leftrightarrow x^2 \leq -2$
 $\Leftrightarrow x \leq -\sqrt{-2}$
- cas de fonction cubique sur \mathbb{R} :
- 4) $f(x) < 0 \Leftrightarrow (-13x - 52)(-16x + 32) < 0$
 $-13x - 52 > 0 \Leftrightarrow -13x > 52$
 $\Leftrightarrow x < -4$
- $-16x + 32 > 0 \Leftrightarrow -16x > -32$
 $\Leftrightarrow x < 2$

x	-∞	-4	2	+∞
Signe de -13x-52	+	0	-	-
Signe de -16x+32	+	+	0	-
Signe de f(x)	+	0	-	+

$S =]-4; 2[$

- 5) $f(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{5x+8}{9-10x} > 0$
- $5x+8 > 0 \Leftrightarrow 5x > -8$
 $\Leftrightarrow x > -\frac{8}{5}$
 - $9-10x > 0 \Leftrightarrow -10x > -9$
 $\Leftrightarrow x < \frac{9}{10}$

x	-∞	$-\frac{8}{5}$	$\frac{9}{10}$	+∞
Signe de 5x+8	-	0	+	+
Signe de 9-10x	+	+	0	-
Signe de f(x)	-	0	+	-

$S =]-\frac{8}{5}; \frac{9}{10}[$

- 6) $f(x) < 0 \Leftrightarrow (x^2-16)(2x+14) < 0$
 $\Leftrightarrow (x^2-4^2)(2x+14) < 0$
 $\Leftrightarrow (x-4)(x+4)(2x+14) < 0$
- $x-4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$
 - $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$
 - $2x+14 > 0 \Leftrightarrow 2x > -14$
 $\Leftrightarrow x > -7$

x	-∞	-7	-4	4	+∞
Signe de x-4	-	-	-	0	+
Signe de x+4	-	-	0	+	+
Signe de 2x+14	-	0	+	+	+
Signe de f(x)	-	0	+	-	+

$S =]-\infty; -7[\cup]-4; 4[$

- 7) $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow (5x+8) \cdot (-7-10x) \leq 0$
 $\Leftrightarrow ((5x+8) + (-7-10x))((5x+8) - (-7-10x)) \leq 0$
 $\Leftrightarrow (5x+8-7-10x)(5x+8+7+10x) \leq 0$
 $\Leftrightarrow (-5x+1)(15x+15) \leq 0$
- $-5x+15 > 0 \Leftrightarrow -5x > -15$
 $\Leftrightarrow x < 3$
 - $15x+1 > 0 \Leftrightarrow 15x > -1$
 $\Leftrightarrow x > -\frac{1}{15}$

x	-∞	$-\frac{1}{15}$	3	+∞
Signe de -5x+15	+	0	+	-
Signe de 15x+1	-	0	+	+
Signe de f(x)	-	0	+	-

$S =]-\infty; -\frac{1}{15}[\cup]3; +\infty[$

- 8) f est définie si $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$
- $60x + 12 > 0 \Leftrightarrow 60x > -12$
 $\Leftrightarrow x > -\frac{1}{5}$

x	-1	$-\frac{1}{5}$	+∞
Signe de f(x)	0	-	+

$S =]-\frac{1}{5}; +\infty[$

- 9) $12x+1 > 0 \Leftrightarrow 12x > -1$
 $\Leftrightarrow x > -\frac{1}{12}$
- $7-2x > 0 \Leftrightarrow -2x > -7$
 $\Leftrightarrow x < \frac{7}{2}$
 - $77x+11 > 0 \Leftrightarrow 77x > -11$
 $\Leftrightarrow x > -\frac{1}{7}$

x	-∞	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{7}{2}$	+∞
Signe de 12x+1	-	-	0	+	+
Signe de 7-2x	+	+	+	0	-
Signe de 77x+11	-	0	+	+	+
Signe de f(x)	+	+	-	0	-

- 10) $f(x) \geq 32x^2 - 12x + 1 \Leftrightarrow -x^2 - 6x - 8 \geq 32x^2 - 12x + 1$
 $\Leftrightarrow -4x^2 + 22x - 9 \geq 0$
 $\Leftrightarrow 4x^2 - 22x + 9 \leq 0$
 $\Leftrightarrow (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \leq 0$
 $\Leftrightarrow (2x-3)^2 \leq 0$

Comme $(2x-3)^2 \geq 0$, on a nécessairement $(2x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x-3=0$
 $\Leftrightarrow 2x=3$
 $\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$

Exercice 36

1) On cherche $x \in \mathbb{R}$ tel que

$$g(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - 4 = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = \frac{13}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{26}{9}$$

2) g est une fonction affine.

Comme $m = \frac{3}{2} > 0$, g est croissante sur \mathbb{R} .

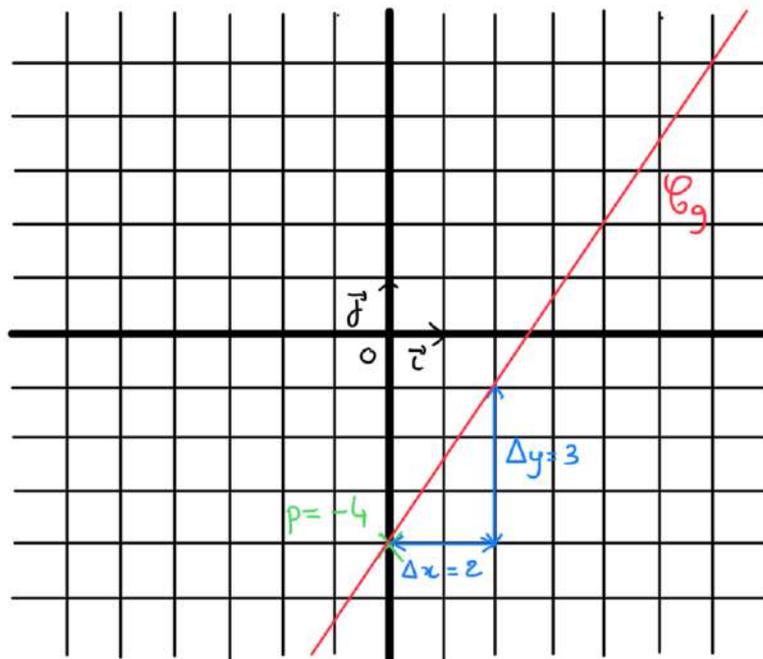
3) $g(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - 4 > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x > 4$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{8}{3}$$

x	$-\infty$	$\frac{8}{3}$	$+\infty$
Signe de $g(x)$		\emptyset	
		-	+

4)



Exercice 37

1) Pour tout $t > 0$, $V(t) = \left(1 - \frac{4t}{100}\right) \times 5042$
 $= 5042 - 201,68t$

Ainsi, V est une fonction affine.

2) t est nécessairement strictement positif car le photocopieur subit une décote.

La valeur du photocopieur reste positive donc le photocopieur ne peut perdre plus de 100% de sa valeur. Ainsi

$$4t \leq 100 \Leftrightarrow t \leq 25.$$

3) Comme V est une fonction affine et que $m = -201,68 < 0$, V est décroissante sur \mathbb{R} donc sur $]0; 25]$

4) On cherche $t \in]0; 25]$ tel que

$$V(t) = 548 \Leftrightarrow 5042 - 201,68t = 548$$

$$\Leftrightarrow -201,68t = -4494$$

$$\Leftrightarrow t \approx 22,28$$

Ainsi, la décote a été de $4t = 89,12\%$.

5) La valeur du photocopieur aurait été de

$$5042 \left(1 - \frac{22,28}{100}\right) \approx 3918,64 \text{ €}$$

Exercice 38

Partie A

	lancers francs réussis	lancers francs non réussis	Total
Cerle touché	103	17	120
Cerle non touché	117	13	130
Total	220	30	250

$$2) P(\bar{R}) = \frac{30}{250}$$

$$P(\bar{R} \cap \bar{C}) = \frac{13}{250}$$

$$= \frac{3}{25}$$

3) RUC est l'évènement le lancer a été réussi ou le cerle a été touché.

$$\begin{aligned} P(RUC) &= P(R) + P(C) - P(R \cap C) \\ &= \frac{220}{250} + \frac{120}{250} - \frac{103}{250} \\ &= \frac{237}{250} \end{aligned}$$

Partie B

1) $250 + x$ correspondra au nombre total de lancers.

$220 + x$ correspondra au nombre de lancers réussis

$$2) \frac{220+x}{250+x} > \frac{98,1}{100} \Leftrightarrow \frac{220+x}{250+x} - \frac{98,1}{100} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{100(220+x) - (250+x)98,1}{100(250+x)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{22000 + 100x - 24525 - 98,1x}{250+x} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1,9x - 2525}{250+x} > 0$$

• Pour tout $x > 0$, $250 + x > 0$.

$$\bullet 1,9x - 2525 > 0 \Leftrightarrow 1,9x > 2525$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{25250}{19}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1329$$

3) le joueur devrait faire au moins 1329 lancers francs réussis.

Exercice 39

$$\begin{aligned} 1) a) \quad h(-20) &= \frac{-100 \times (-20)}{-20 + 100} \\ &= \frac{2000}{80} \\ &= 25 \end{aligned}$$

le taux réciproque de -20% est 25% .

$$\begin{aligned} h(60) &= \frac{-100 \times 60}{60 + 100} \\ &= \frac{-6000}{160} \\ &= -37,5 \end{aligned}$$

le taux réciproque de 60% est $-37,5\%$.

b) Soit $x \in]-100; +\infty[$. Soit $h(x)$ le taux réciproque de x . On a alors

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{h(x)}{100}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{h(x)}{100} = \frac{1}{1 + \frac{x}{100}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{h(x)}{100} = \frac{1}{1 + \frac{x}{100}} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{h(x)}{100} = \frac{1 - 1 - \frac{x}{100}}{1 + \frac{x}{100}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{h(x)}{100} = \frac{-x}{100 + x}$$

$$\Leftrightarrow h(x) = \frac{-100x}{100 + x}$$

$$\begin{aligned} 2) a) \quad \text{Il aurait fallu investir} \\ 10000 \left(1 + \frac{h(400)}{100}\right) &= 10000 \left(1 - \frac{400}{400 + 100}\right) \\ &= 10000 \left(1 - \frac{4}{5}\right) \\ &= \frac{10000}{5} \\ &= 2000 \end{aligned}$$

b) Soit f la fonction demandée. On a alors

$$f(x) = \frac{x}{5}$$

Exercice 40

$$\begin{aligned} 1) a) \quad \mathcal{A}_{\text{latérale}} &= 2 \times 30 \times x + 2 \times y \times 30 \\ &= 60x + 60y \end{aligned}$$

Or, on sait que

$$xy = 2500 \Leftrightarrow y = \frac{2500}{x}$$

Ainsi

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{latérale}} &= 60x + \frac{60 \times 2500}{x} \\ &= 60x + \frac{150\,000}{x} \end{aligned}$$

b) Afin d'avoir l'aire totale du patron, il faut ajouter 2 fois l'aire de la base à l'aire latérale

$$\begin{aligned} A(x) &= \mathcal{A}_{\text{latérale}} + 2 \times 2500 \\ &= 60x + 5000 + \frac{150\,000}{x} \end{aligned}$$

2) Pour tout $x \in]0; +\infty[$,

$$A(x) \geq 11\,000 \Leftrightarrow 60x + 5000 + \frac{150\,000}{x} \geq 11\,000$$

$$\Leftrightarrow 60x - 6000 + \frac{150\,000}{x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{60x^2 - 6000x + 150\,000}{x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 100x + 2500}{x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \times 50 \times x + 50^2 \geq 0$$

car $x > 0$

$$\Leftrightarrow (x - 50)^2 \geq 0$$

3) Comme $(x - 50)^2 \geq 0$, on sait que

$$A(x) \geq 11\,000.$$

$$\begin{aligned} \text{De plus } A(50) &= 60 \times 50 + 5000 + \frac{150\,000}{50} \\ &= 3000 + 5000 + 3000 \\ &= 11\,000 \end{aligned}$$

Ainsi A admet pour minimum 11 000 atteint en 50.

4) Ainsi Eddy doit faire une boîte dont la base aura pour largeur 50 et pour longueur $\frac{2500}{50} = 50$.

Exercice 41

1) Comme ABCD est un carré, \vec{AB} et \vec{AD} ont des directions perpendiculaires, le repère est orthogonal.
De plus, $AB = AD$. Par conséquent, $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$ est un repère orthonormé du plan.

2)a) $B(1; 0)$ $E(2; 0)$
 $C(1; 1)$ F
 $D(0; 1)$
 $K(1; \frac{1}{2})$

b) On calcule les coordonnées de \vec{DK} et \vec{KE} .

$$\vec{DK} \begin{pmatrix} x_K - x_D \\ y_K - y_D \end{pmatrix} \text{ ie } \vec{DK} \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ \frac{1}{2} - 1 \end{pmatrix} \text{ ie } \vec{DK} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$
$$\vec{KE} \begin{pmatrix} x_E - x_K \\ y_E - y_K \end{pmatrix} \text{ ie } \vec{KE} \begin{pmatrix} 2 - 1 \\ 0 - \frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ ie } \vec{KE} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Ainsi $\vec{DK} = \vec{KE}$

Ainsi \vec{DK} et \vec{KE} sont colinéaires

Par conséquent, D, K et E sont alignés.

3)a) On sait que

- les droites (AC) et (DK) sont sécantes en F.
- les droites (AD) et (CK) sont parallèles.

Ainsi, d'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{FK}{FD} = \frac{FC}{FA} = \frac{KC}{DA}$$

Les longueurs des côtés sont proportionnelles deux à deux. Ainsi les triangles FDA et FKC sont semblables.

b) On sait que $DA = 1$ et $KC = \frac{1}{2}$

On a donc

$$\frac{FK}{FD} = \frac{KC}{DA} \Leftrightarrow \frac{FK}{FD} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow FK = \frac{1}{2} FD.$$

c) On sait que

- les droites (AC) et (DE) sont sécantes en F.
- les droites (AE) et (DC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{FA}{FC} = \frac{FE}{FD} = \frac{AE}{CD}$$

On sait que $AE = 2$ et $CD = 1$

Ainsi $\frac{FE}{FD} = \frac{AE}{CD} \Leftrightarrow \frac{FE}{FD} = 2$

$$\Leftrightarrow FE = 2FD$$

En utilisant les deux égalités précédemment démontrées

on a

$$FE \times FK = 2FD \times \frac{1}{2} FD \Leftrightarrow FE \times FK = FD^2$$

Exercice 42

$$\begin{aligned} 1) \quad ct_{verte} &= ct_{AMPN} + ct_{PBC} \\ &= x \times x + \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} \\ &= x^2 + \frac{6(6-x)}{2} \end{aligned}$$

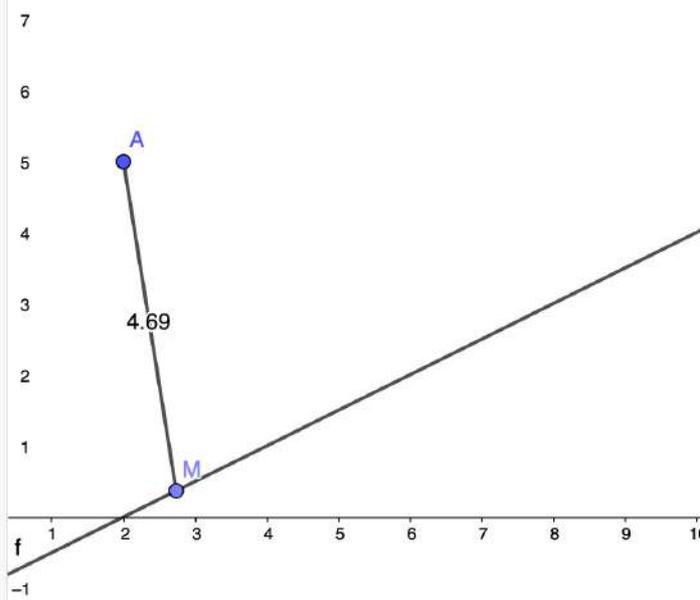
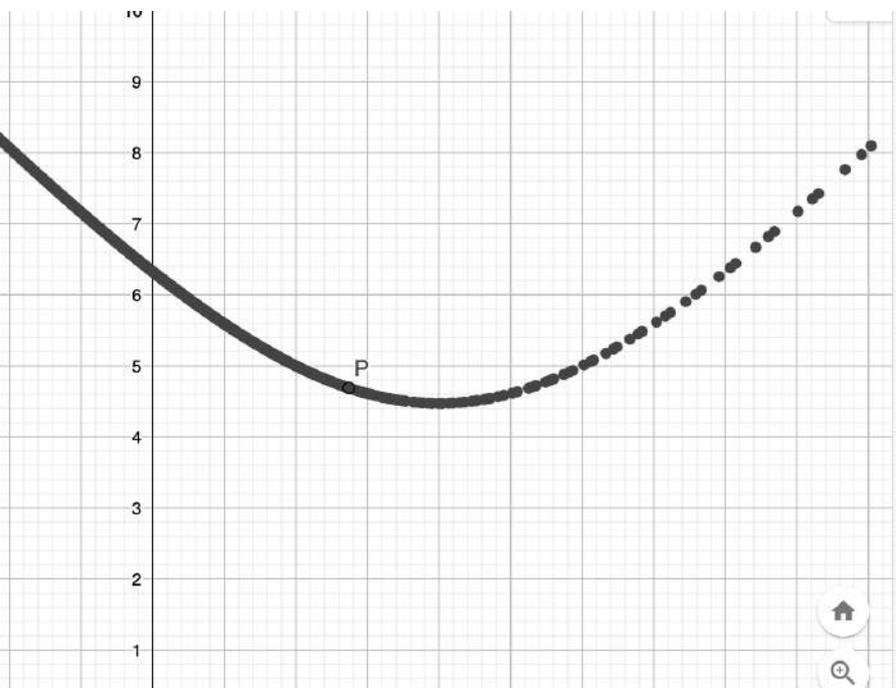
$$\begin{aligned} &= x^2 + 3(6-x) \\ &= x^2 - 3x + 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ct_{jaune} &= ct_{PMB} + ct_{ICP} + ct_{DNP} \\ &= \frac{(6-x) \times x}{2} + \frac{3(6-x)}{2} + \frac{(6-x) \times x}{2} \\ &= \frac{6x - x^2 + 18 - 3x + 6x - x^2}{2} \\ &= \frac{-2x^2 + 9x + 18}{2} \\ &= -x^2 + \frac{9}{2}x + 9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ct_{bleue} &= ct_{IPD} \\ &= \frac{3 \times (6-x)}{2} \\ &= \frac{18 - 3x}{2} \\ &= -\frac{3}{2}x + 9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad p_{verte} &= \frac{x^2 - 3x + 18}{36} \\ &= \frac{1}{36}x^2 - \frac{1}{12}x + \frac{1}{2} \\ p_{jaune} &= \frac{-x^2 + \frac{9}{2}x + 9}{36} \\ &= -\frac{1}{36}x^2 + \frac{1}{8}x + \frac{1}{4} \\ p_{bleue} &= \frac{-\frac{3}{2}x + 9}{36} \\ &= -\frac{1}{24}x + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$3) \quad x \approx 2,26$$



Exercice 43

Partie A

5) M doit avoir pour coordonnées $(4; 1)$

6) (AM) et d semblent perpendiculaires

Partie B

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{1}{2}x_B - 1 &= \frac{1}{2} \times 0 - 1 \\ &= -1 \\ &= y_B \end{aligned}$$

donc $B \in d$.

2) Comme $M \in d$, on a

$$y_M = \frac{1}{2}x - 1$$

$$\begin{aligned} 3) \quad AM^2 &= \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}^2 \\ &= (x - 2)^2 + \left(\frac{1}{2}x - 1 - 5\right)^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + \left(\frac{1}{2}x - 6\right)^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + \frac{1}{4}x^2 - 6x + 36 \\ &= \frac{5}{4}x^2 - 10x + 40 \end{aligned}$$

4) a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \frac{5}{4}(x-4)^2 + 20 &= \frac{5}{4}(x^2 - 8x + 16) + 20 \\ &= \frac{5}{4}x^2 - 10x + 20 + 20 \\ &= \frac{5}{4}x^2 - 10x + 40 \end{aligned}$$

b) On sait que, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$(x-4)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{5}{4}(x-4)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4}(x-4)^2 + 20 \geq 20$$

$$\text{Or } f(4) = 20$$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq f(4)$

c) AM^2 est minimal pour $x=4$.

Ainsi M a alors pour coordonnées $(4; 1)$

On a alors

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{20} \\ &= 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Exercice 44Partie A

1) On sait que AMS est un triangle rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, on a

$$\begin{aligned} MS^2 &= AM^2 + AS^2 \\ &= x^2 + (5-x)^2 \\ &= x^2 + 25 - 10x + x^2 \\ &= 2x^2 - 10x + 25 \end{aligned}$$

2) On sait que BMR est un triangle rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a

$$\begin{aligned} MR^2 &= BM^2 + BR^2 \\ &= (5-x)^2 + x^2 \\ &= 2x^2 - 10x + 25 \end{aligned}$$

3) a) RSH est un triangle rectangle en H.

b) SH = AD - AS - HD

$$\begin{aligned} &= 5 - (5-x) - (5-x) \\ &= 5 - 5 + x - 5 + x \\ &= 2x - 5 \end{aligned}$$

c) On sait que le triangle RSH est rectangle en H.

D'après le théorème de Pythagore, on a

$$\begin{aligned} RS^2 &= RH^2 + SH^2 \\ &= 5^2 + (2x-5)^2 \\ &= 25 + 4x^2 - 20x + 25 \\ &= 4x^2 - 20x + 50 \end{aligned}$$

d) On sait que

$$\begin{aligned} MS^2 + MR^2 &= 2x^2 - 10x + 25 + 2x^2 - 10x + 25 \\ &= 4x^2 - 20x + 50 \\ &= RS^2 \end{aligned}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, le triangle MSR est rectangle en M.
Par conséquent, (MS) et (MR) sont perpendiculaires.

Partie B

1) $M\left(\frac{x}{5}; 1\right) \quad R\left(1; \frac{5-x}{5}\right) \quad S\left(0; \frac{x}{5}\right)$

2) $MS = \sqrt{(x_S - x_M)^2 + (y_S - y_M)^2}$
 $= \sqrt{\left(0 - \frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{x}{5} - 1\right)^2}$
 $= \sqrt{\frac{x^2}{25} + \frac{x^2}{25} - \frac{2}{5}x + 1}$
 $= \sqrt{\frac{2}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1}$

$MR = \sqrt{(x_R - x_M)^2 + (y_R - y_M)^2}$
 $= \sqrt{\left(1 - \frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{5-x}{5} - 1\right)^2}$
 $= \sqrt{1 - \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}x^2 + \left(\frac{5-x-5}{5}\right)^2}$
 $= \sqrt{1 - \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}x^2 + \frac{1}{25}x^2}$
 $= \sqrt{\frac{2}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1}$

$RS = \sqrt{(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2}$
 $= \sqrt{(0 - 1)^2 + \left(\frac{x}{5} - \frac{5-x}{5}\right)^2}$
 $= \sqrt{1 + \left(\frac{2x-5}{5}\right)^2}$
 $= \sqrt{1 + \frac{4}{25}x^2 - 4x + 1}$
 $= \sqrt{\frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{5}x + 2}$

3) On a, d'une part

$$RS^2 = \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{5}x + 2$$

On a, d'autre part

$$\begin{aligned} MS^2 + MR^2 &= \frac{2}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 + \frac{2}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 \\ &= \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{5}x + 2 \end{aligned}$$

Ainsi, $MS^2 + MR^2 = RS^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MRS est rectangle en M.

4) Par conséquent, (MS) et (MR) sont perpendiculaires.

Exercice 45

- 1) a) le coût total pour 5 pièces produites par jour est 1500€
- b) 9 pièces sont produites pour 2000€.
- c) l'entreprise réalise un bénéfice lorsque le chiffre d'affaires est supérieur au coût total c'est-à-dire entre 7 et 24 pièces produites par jour.
- 2) le nombre de pièces pour lequel R est maximal est 17.
- 3) le bénéfice augmente pour x allant de 3 à 17.
Or le coût moyen augmente de 15,2 à 17.
l'affirmation est donc fautive.