

CORRECTION

Préparer ma rentrée mathématiques en 2nde GT

LYCÉE ROBERT DOISNEAU
À CORBEIL-ESSONNES

1^{er} Juillet 2022 - 30 Août 2022

LIVRET DE LA TROISIEME à LA SECONDE

Corrigé

I. Calcul

1) Nombres relatifs et décimaux

Exercice 1 :

- a) 3 d) 16 g) 38 j) -16
b) 25 e) -25 h) 4 k) -10
c) 9f) -11 i) -7 l) -13

Exercice 2 :

- a) $3,5 > 3,02$ c) $5 > -4$ e) $5.9 < 5.99$ g) $2,51 > 2,502$
b) $-6,7 > -7$ d) $(-3+2) \times 4 > -8$ f) $-0,5 < -0,25$ h) $5(4-2) > -10$

2) Décomposition en produit de facteur premier

Exercice 3 : Décomposer en produit de facteur premier :

- a) $27 = 3^3$ b) $24 = 3 \times 2^3$ c) $45 = 5 \times 3^2$ d) $100 = 2^2 \times 5^2$
e) $8 = 2^3$ f) $125 = 5^3$ g) $88 = 11 \times 2^3$

3) Fraction

Exercice 4 : Calculer sans calculatrice et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- a) $\frac{11}{9}$ b) $\frac{9}{17}$ c) $\frac{-7}{28} = \frac{-1}{4}$ d) $\frac{59}{24}$ e) $\frac{13}{12}$ f) $\frac{67}{45}$ g) $\frac{7}{6}$
h) $\frac{1}{28}$ i) $\frac{37}{24}$ j) $\frac{61}{21}$ k) $\frac{9}{28}$ l) $\frac{5}{9}$

Exercice 5 : Comparer sans calculatrice

- a) $\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$ b) $-\frac{8}{7} > -\frac{9}{7}$ c) $\frac{9}{2} = \frac{45}{10} > \frac{6}{5} = \frac{12}{10}$ d) $\frac{4}{7} (= \frac{32}{56}) < \frac{5}{8} (= \frac{35}{56})$
e) $-\frac{9}{2} (= -\frac{27}{6}) < -\frac{2}{3} (= -\frac{4}{6})$ f) $-\frac{3}{7} (= -\frac{27}{63}) > -\frac{7}{9} (= -\frac{49}{63})$

Exercice 6 : Ecrire sous la forme d'une seule fraction

- a) $4 + \frac{3}{x+2} = \frac{4x+11}{x+2}$ b) $\frac{2x}{x+1} - 5 = \frac{-3x-5}{x+1}$

4) Puissance de 10 et écriture scientifique

Exercice 7 : Calculer sans calculatrice et donner le résultat sous forme de puissance de 10

- a) $10^2 b) 10^2$ c) 10^5 d) 10^{-2} e) 10^3 f) 10^1 g) 10^3 h) 10^{15}

Exercice 8 : Ecrire sous forme scientifique les nombres suivants :

- a) $8,558 \times 10^2$ b) $8,823 \times 10^{-1}$ c) $3,87615 \times 10^4$ d) $3,354 \times 10^{-3}$ e) $1,4129 \times 10^{-3}$
f) $9,4427 \times 10^5$ g) $6,9384$ h) $7,082 \times 10^1$ i) $5,9507 \times 10^{-1}$ j) $8,99 \times 10^{17}$

5) Calcul littéral

Exercice 9 : Développer les expressions suivantes :

a) $5(3x + 2) = 15x + 10$

b) $-3(2x - 5) = -6x + 15$

c) $5x(-3x + 2) = -15x^2 + 10x$

d) $-4(5x - 2) = -20x + 8$

Exercice 10 : Développer puis réduire les expressions :

a) $3(2x - 4) + 5(3 - x) = x + 3$

b) $2x(5 + 3x) - 4(x + 5) = 6x^2 + 6x - 20$

Exercice 11 : Développer puis réduire les expressions suivantes :

a) $(4x - 8) - (3x - 7) + (-2x + 3) = -3x + 2$

b) $(6x^2 - 5x + 7) - (4x^2 - 5x - 5) = 2x^2 + 12$

c) $-(3x^2 - 5x + 2) + (2x^2 - 2x + 8) - (3 - 2x + 2x^2) = -3x^2 + 5x + 3$

Exercice 12 : Développer puis réduire les expressions suivantes :

a) $(4x + 5)(3x + 2) = 12x^2 + 23x + 10$

b) $(5x - 2)(x + 7) = 5x^2 + 33x - 14$

c) $3(4x - 3)(5x - 2) = 60x^2 - 69x + 18$

Exercice 13 : Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

a) $(6x - 4) - (2x - 8) = 4x + 4$

b) $(6x - 4)(2x - 8) = 12x^2 - 56x + 32$

c) $(6x - 4) + (2x - 8) = 8x - 12$

Exercice 14 : Factoriser les expressions suivantes :

a) $2(x + 1) - 4 = 2(x - 1)$

b) $3x + 7x^2 = x(3 + 7x)$

c) $6x + 6 = 6(x + 1)$

d) $4x(3x + 2) + 7(3x + 2) = (3x + 2)(4x + 7)$

e) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

f) $(x + 1)^2 - 36 = (x - 5)(x + 7)$

Exercice 15 : Résoudre les équations :

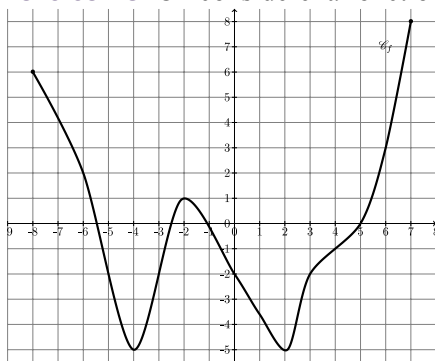
a) $S = \{-1\}$; b) $S = \{2\}$; c) $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$; d) $S = \{-2\}$; e) $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$;

f) $S = \{-15\}$; g) $S = \{-3\}$; h) $S = \{-3\}$; i) $S = \{40\}$; j) $S = \left\{-\frac{24}{7}\right\}$

II. Fonction

1) Lecture graphique

Exercice 16 : On considère la fonction f définie sur $[-8 ; 7]$. Sa représentation graphique est donnée ci-dessous



1. a. $f(6) = 3$; b. $f(-6) = 2$; c. $f(-8) = 6$; d. $f(-4) = -5$

e. $f(-2) = 1$; f. $f(0) = -2$; g. $f(3) = -2$

2. a. Les antécédents de (-2) sont -5 ; -3 ; 0 ; 3

b. Les antécédents de 0 sont $-5,5$; $-2,5$; -1 ; 5

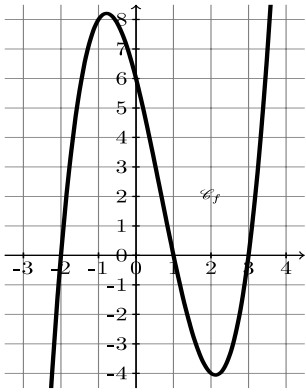
c. L'antécédent de 8 est 7

d. Les antécédents de -5 sont -4 et 2

3. Le point $A(0 ; -2) \in C_f$ car $f(0) = -2$

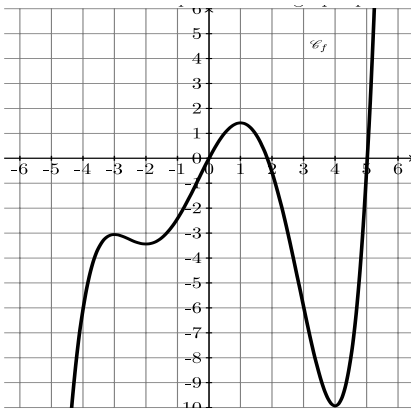
4. Le point $B(2 ; -6) \notin C_f$ car $f(2) = -3$

Exercice 17 : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} . Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



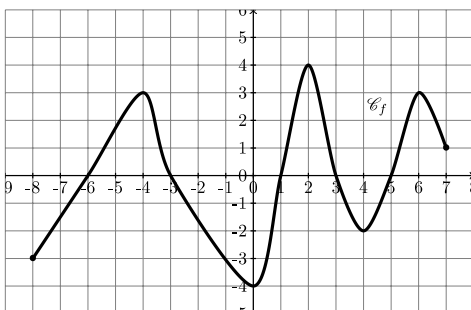
1. $f(-2) = 0$;
2. $f(2) = -4$;
3. Les antécédents de 0 sont -2 ; 1 et 3

Exercice 18 : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} . Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



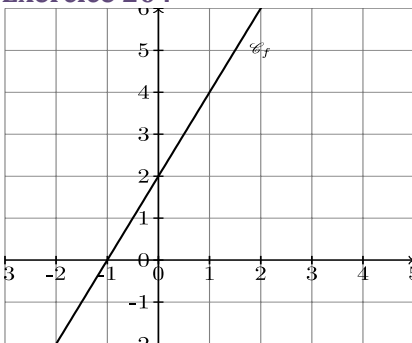
1. $f(-4) = -6$;
2. Les antécédents de 0 par f sont : 0 ; 1,9 ; 5
3. L'image de 0 est 0

Exercice 19 : On considère la fonction f définie sur $[-8 ; 7]$. Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



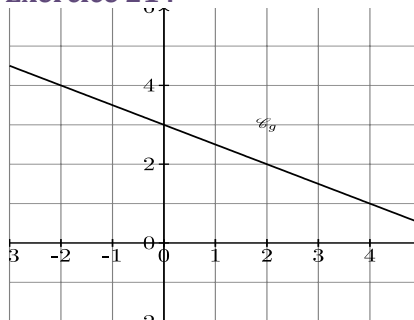
1. a. $f(-8) = -3$; b. $f(-4) = 3$; c. $f(0) = -4$; d. $f(2) = 4$
2. a. L'antécédent de 4 est 2 ; b. Les antécédents de 1 sont $-5,4$; $-3,4$; $1,2$; $2,7$; $5,2$ et 7 ; c. Les antécédents de -3 sont -1 et 0,5
3. a. $A(-4;-5) \notin C_f$ b. $B(-3;1) \notin C_f$ c. $C(1;5) \notin C_f$
d. $D(3;-2) \notin C_f$ e. $E(1;-2) \notin C_f$ f. $F(7,8) \notin C_f$

Exercice 20 :



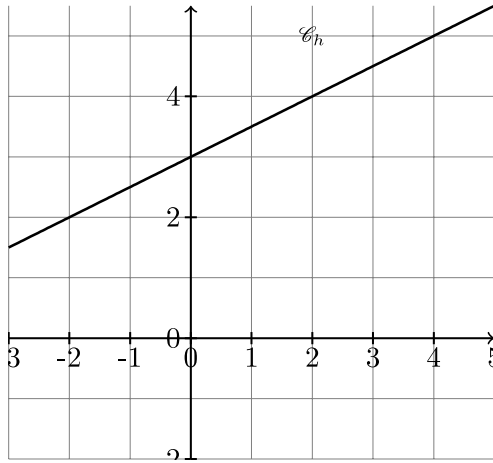
1. a. $f(0) = 2$; b. $f(2) = 6$ et c. $f(-1,5) = -1$
2. L'antécédent de 4 est 1 ; de 5 est 1,5 et de 0 est (-1)

Exercice 21 :



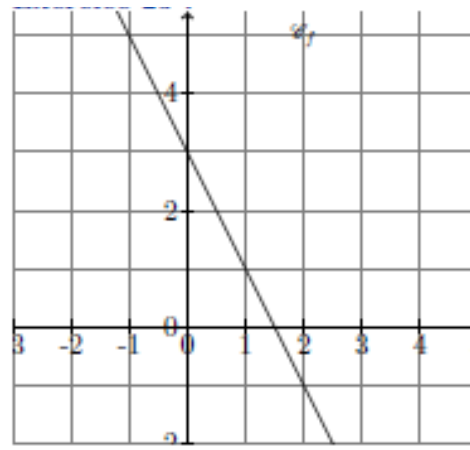
1. a. $f(0) = 3$; b. $f(3) = 1,5$ et c. $f(-1) = 3,5$
2. L'antécédent de 4 est -2 ; de 1,5 est 3 et 0 n'a pas d'antécédent

Exercice 22 :



- $f(0) = 2$;
 - $f(3) = 4,5$;
 - $f(-2) = 2$
- L'antécédent de 4 est 2 ; celui de 5 est 4 ; et celui 0 n'apparaît pas sur le graphique.
- $A(2 ; -4) \notin C_f$; $B(3 ; 4,5) \in C_f$

Exercice 23 :



- $f(0) = 3$;
 - $f(2) = -1$; $f(-1) = 5$
- L'antécédent de 4 est -0.5 ; celui de -1 est 2 et celui de 0 est 1,5
- $A(2 ; 0) \notin C_f$; $B(5 ; -1) \notin C_f$

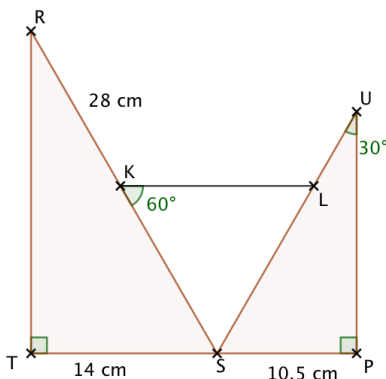
2) Cas particulier : affine, calcul d'image, antécédent.

Exercice 24 : $f(x) = 3x + 1$; $g(x) = -2x + 5$; $h(x) = \frac{1}{2}x - 3$

- $f(2) = 7$;
 - $g(-1) = 7$;
 - $h(0) = -3$;
 - $f(-\frac{1}{6}) = \frac{1}{2}$;
 - $h(5) = -\frac{1}{2}$
- l'antécédent de 4 par la fonction f est : 3
 - l'antécédent de -1 par la fonction g est : -2
 - l'antécédent de 0 par la fonction h est : 6
 - l'antécédent de $-\frac{7}{2}$ par la fonction h est : -1
 - l'antécédent(s) de $\frac{1}{3}$ par la fonction g est : $\frac{7}{3}$

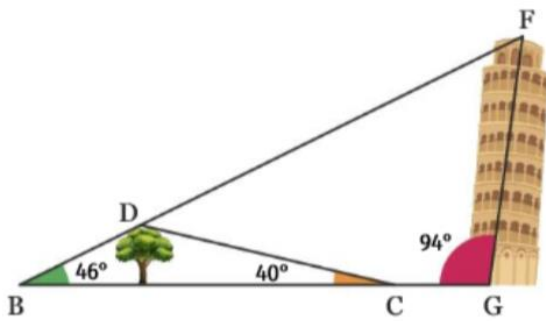
III. Exercices d'approfondissement

Exercice 25 : On considère la figure suivante.



- D'après la figure, le triangle RST est rectangle en T. On sait que $\widehat{TRS} = 30^\circ$. Or la somme des angles dans un triangle est 180° , donc $\widehat{TSR} = 180 - (90 + 30) = 60^\circ$
- Dans le triangle SUP, $\widehat{SUP} = 30^\circ$; $\widehat{UPS} = 90^\circ$; donc $\widehat{PSR} = 60^\circ$
Par conséquent, les triangles SRT et SUP sont semblables.
 - Le coefficient de réduction est : $\frac{SP}{ST} = \frac{10,5}{14} = \frac{3}{4}$
- SRT et SUP sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles : $\frac{TS}{SP} = \frac{RS}{SU}$ donc $SU = \frac{RS \times SP}{TS} = \frac{28 \times 10,5}{14}$
Donc $SU = 21\text{cm}$

Exercice 26 :



La tour de Pise est matérialisée par le segment $[GF]$, Baptiste par le point B et sa petite sœur par le point C .

On montre que le triangle qu'ils forment tous les deux avec le sommet de l'arbre est semblable à celui que Baptiste forme avec la tour.

D'après la figure, $\widehat{BGF} = 94^\circ$

Dans le triangle BDC , l'angle $\widehat{BDC} = 180 - (40 + 46) = 94^\circ$

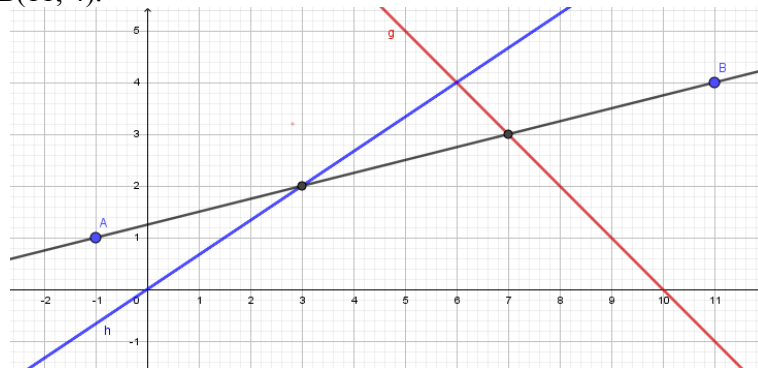
D'autre part, les deux triangles BFG et ADC ont un angle en commun.

Donc les deux triangles BFG et BDC sont semblables.

Exercice 27 :

Parcours 1 :

- 1) a. On trace la droite (d_1) la courbe représentative de la fonction $g: x \rightarrow 10 - x$ et la droite (d_2) passant par les points $A(-1; 1)$ et $B(11; 4)$.



b. Graphiquement, le point d'intersection a pour abscisse $x = 7$. Donc $a = 7$

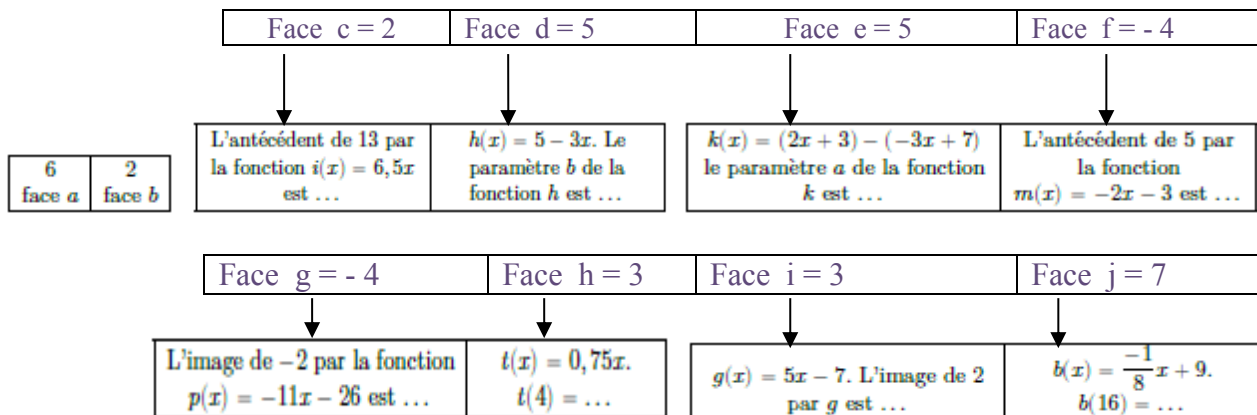
- 2) On trace la droite (d_3) d'équation $h(x) = \frac{2}{3}x$. Le point d'intersection de (d_2) et (d_3) a pour ordonnée $y = 2$; donc $b = 2$
- 3) L'expression de la fonction f recherchée est **$f(x) = 7x + 2$**

Pour crypter le mot « FONCTION », en suivant la démarche indiquée, on obtient les résultats suivants :

	F	O	N	C	T	I	O	N
Code	5	14	13	6	19	8	14	13
Reste de la division euclidienne par 26	11	22	15	18	5	6	22	15
Cryptage	L	W	P	S	F	G	W	P

Donc pour crypter le mot « FONCTION », on a le mot « LWPSFGWP »

Parcours 2 :

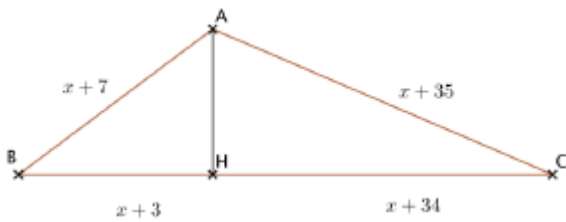


- 1) On cherche la fonction affine $f(x) = ax + b$

Avec $a = 6+2+(-4)+3 = 7$ et $b = d-h = 5-3 = 2$

- 2) L'expression de la fonction affine est $f(x) = 7x+2$
- 3) Puisqu'on obtient la même fonction, et en suivant la même démarche que précédemment, on obtient le cryptage du mot « FONCTION » avec le mot « LWPSFGWP »

Exercice 28 :

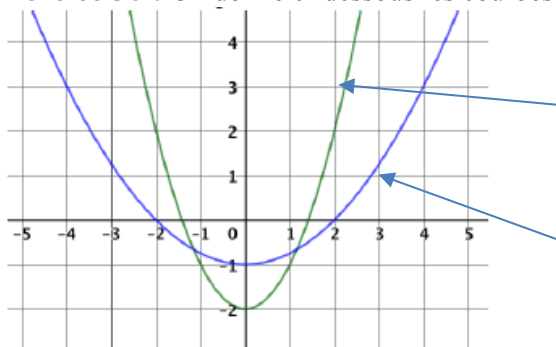


On Détermine la valeur de x afin que les triangles ABH et AHC soient rectangles en H . Pour cela, il faut et il suffit que : $(x+7) = AH + (x+3)$
 et $(x+35) = (x+34) + AH$
 Donc $(x+7) - (x+3) = (x+35) - (x+34)$
 Soit $8x+40 = 2x+69$ donc $x = 29/6$

Exercice 29 :

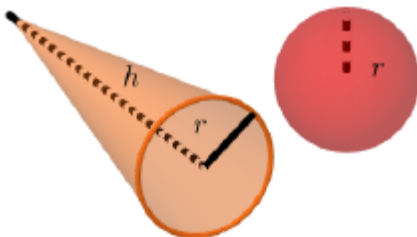
$a(x) = b(x) + 5x$ et $b(x) = (c(x))^2 - 4$; On sait que $c(2) = 3$
 Donc $a(2) = b(2) + 5 \times 2 = ((c(2))^2 - 4) + 10$. On trouve $a(2) = 15$

Exercice 30 : On donne ci-dessous les courbes représentatives de deux fonctions h et k



$h(x) = x^2 - 2$ et $k(x) = 0,25x^2 - 1$
 Ch $h(0) = -2$;
 Donc Ch est la courbe verte
 et Ck est la courbe bleue

Exercice 31 :



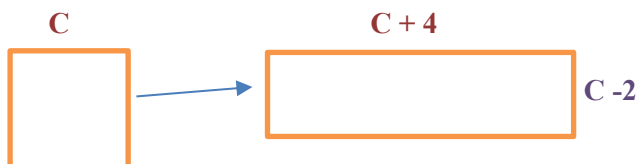
On cherche, en fonction de r , la hauteur h que doit avoir un cône afin qu'il ait le même volume qu'une boule dont le rayon est égal à celui de la base du cône.

Le volume d'un cône de hauteur h et dont la base a pour rayon r est donné par $V_C = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$

et le volume d'une boule de rayon r est donné par : $V_B = \frac{4}{3}\pi r^3$

Donc $V_C = V_B$ si $\frac{1}{3}\pi r^2 \times h = \frac{4}{3}\pi r^3$; En simplifiant on trouve **$h = 4r$**

Exercice 32 :



Le rectangle a la même aire que le carré :

$$C = (C + 4)(C - 2)$$

$$C = C^2 + 2C - 8 ; \text{ On trouve } C = 4$$

Exercice 33 :

On cherche x tel que : $\frac{41-x}{62-x} = \frac{62}{41}$

En faisant le produit en croix, on obtient : $41(41 - x) = 62(62 - x)$

$$1681 - 41x = 3844 - 62x$$

$$\text{donc } x = (3844 - 1681)/(62 - 41)$$

$$\text{On trouve } x = 103$$

