CORRECTION
Préparer ma rentrée mathématiques en 2^{nde} GT

Lycée Robert Doisneau

à Corbeil-Essonnes

1^{er} Juillet 2020 - 30 Août 2020

LIVRET DE LA TROISIEME à LA SECONDE

Corrigé

I. Calcul

1) Nombres relatifs et décimaux

Exercice 1 :

a) 3 d) 16 g) 38 j) -16
b) 25 e) -25 h) 4 k) -10
c) 9f) -11 i) -7 l) -13

Exercice 2 :

a) 3,5 > 3,02 c) 5 > -4 e) 5.9<5.99 g) 2,51 > 2,502
b) - 6,7 > -7 d) (-3+2) ×4 > -8 f) -0,5 < -0,25 h) 5(4-2) > -10

2) Décomposition en produit de facteur premier

Exercice 3 : Décomposer en produit de facteur premier :

a) $27 = 3^3$ $b)\ 24 = 3\times 2^3$ $c)\ 45 = 5\times 3^2$ $d)\ 100 = 2^2\times 5^2$

$e)\ 8 = 2^3$ $f)\ 125 = 5^3$ $g)\ 88 = 11\times 2^3$

3) Fraction

Exercice 4 : Calculer sans calculatrice et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{11}{9}$ $b)\ \frac{9}{17}$ $c)\ \frac{-7}{28}=\frac{-1}{4}$ $d)\ \frac{59}{24}$ $e)\ \frac{13}{12}$ $f)\ \frac{67}{45}$ $g)\ \frac{7}{6}$

$h)\ \frac{1}{28}$ $i)\ \frac{37}{24}$ $j)\ \frac{61}{21}$ $k)\ \frac{9}{28}$ $l)\ \frac{5}{9}$

Exercice 5 : Comparer sans calculatrice

a) $\frac{2}{5}<\frac{4}{5}$ $b)\ -\frac{8}{7}>-\frac{9}{7}$ $c)\ \frac{9}{2}=\frac{45}{10}>\frac{6}{5}=\frac{12}{10}$ $d)\ \frac{4}{7}(=\frac{32}{56})<\frac{5}{8}(=\frac{35}{56})$

$e)\ -\frac{9}{2}(=-\frac{27}{6})<-\frac{2}{3}\ (=-\frac{4}{6})$ $f)\ -\frac{3}{7}\ (=-\frac{27}{63})>-\frac{7}{9}(=-\frac{49}{63})$

Exercice 6 : Ecrire sous la forme d'une seule fraction

a) $4+\frac{3}{x+2}=\frac{4x+11}{x+2}$ $b)\ \frac{2x}{x+1}-5=\frac{-3x-5}{x+1}$

4) Puissance de 10 et écriture scientifique

Exercice 7 : Calculer sans calculatrice et donner le résultat sous forme de puissance de 10

a) 10^2*b)*10^2 *c)* 10^5 *d)* 10^{-2} *e)* 10^3 *f)* 10^1 *g)* 10^3 *h)* 10^{15}

Exercice 8 : Ecrire sous forme scientifique les nombres suivants :

$a)\ 8{,}558\times 10^2$ $b)8{,}823\times 10^{-1}$ $c)3{,}87615\times 10^4$ $d)\ 3{,}354\times 10^{-3}$ $e)\ 1{,}4129\times 10^{-3}$

$f)\ 9{,}4427\times 10^5$ $g)6{,}9384$ $h)\ 7{,}082\times 10^1$ $i)\ 5{,}9507\times 10^{-1}$ $j)\ 8{,}99\times 10^{17}$

5) Calcul littéral

Exercice 9 : Développer les expressions suivantes :

a) $5(3x+2) = 15x+10$ b) $-3(2x-5) = -6x+15$

c) $5x(-3x+2) = -15x^2+10x$ d) $-4(5x-2) = -20x+8$

Exercice 10 : Développer puis réduire les expressions :

a) $3(2x-4)+5(3-x) = x+3$ b) $2x(5+3x)-4(x+5) = 6x^2+6x-20$

Exercice 11 : Développer puis réduire les expressions suivantes :

a) $(4x-8)-(3x-7)+(-2x+3) = -3x+2$
b) $(6x^2-5x+7)-(4x^2-5x-5) = 2x^2+12$
c) $-(3x^2-5x+2)+(2x^2-2x+8)-(3-2x+2x^2) = -3x^2+5x+3$

Exercice 12 : Développer puis réduire les expressions suivantes :

a) $(4x+5)(3x+2) = 12x^2+23x+10$
b) $(5x-2)(x+7) = 5x^2+33x-14$
c) $3(4x-3)(5x-2) = 60x^2-69x+18$

Exercice 13 : Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

a) $(6x-4)-(2x-8) = 4x+4$
b) $(6x-4)(2x-8) = 12x^2-56x+32$
c) $(6x-4)+(2x-8) = 8x-12$

Exercice 14 : Factoriser les expressions suivantes :

a) $2(x+1)-4 = 2(x-1)$ b) $3x+7x^2 = x(3+7x)$ c) $6x+6 = 6(x+1)$

d) $4x(3x+2)+7(3x+2) = (3x+2)(4x+7)$ e) $x^2-9 = (x-3)(x+3)$

f) $(x+1)^2-36 = (x-5)(x+7)$

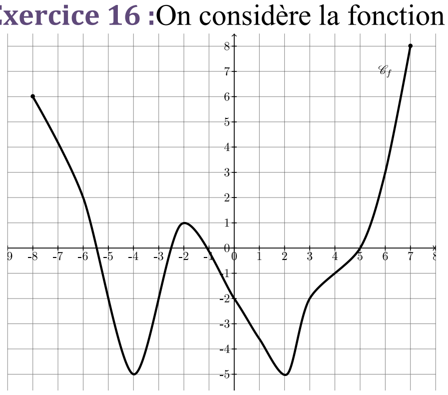
Exercice 15 : Résoudre les équations :

a) $S = \{-1\}$; *b)* $S = \{2\}$; *c)* $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$; *d)* $S = \{-2\}$; *e)* $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$;
f) $S = \{-15\}$; *g)* $S = \{-3\}$; *h)* $S = \{-3\}$;*i)* $S = \{40\}$*j)* $S = \left\{-\frac{24}{7}\right\}$

II. Fonction

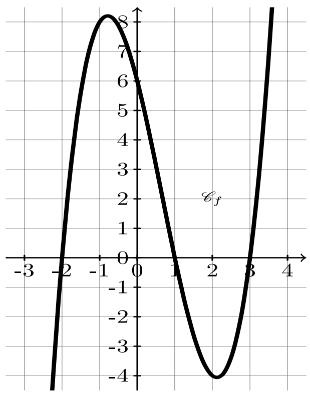
1) Lecture graphique

Exercice 16 : On considère la fonction f définie sur [- 8 ; 7] .Sa représentation graphique est donnée ci-dessous



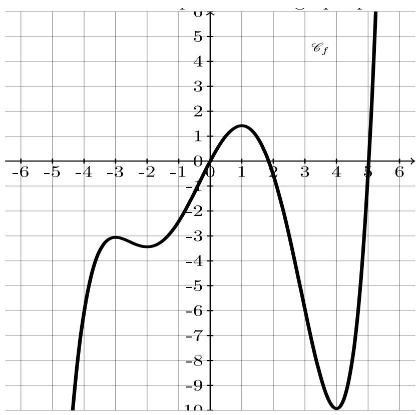
1. a. $f(6) = 3$; b. $f(-6) = 2$; c. $f(-8) = 6$; d. $f(-4) = -5$
   e. $f(-2) = 1$; f. $f(0) = -2$; $g(3) = -2$
2. a. Les antécédents de (-2) sont -5 ; -3 ; 0 ; 3
   b. Les antécédents de 0 sont -5,5 ; -2,5 ; -1 ; 5
   c. L'antécédent de 8 est 7
   d. Les antécédents de -5 sont -4 et 2
3. Le point $A(0 ;-2) \in C_f$ car $f(0) = -2$
4. Le point $B(2 ;-6) \notin C_f$ car $f(2) = -2$

Exercice 17 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



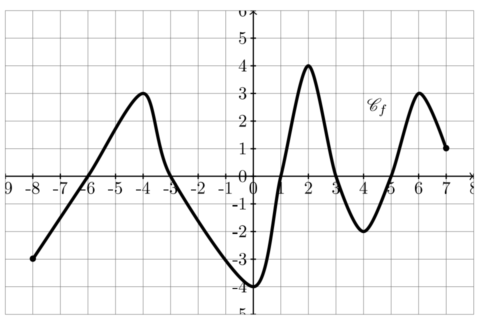
1. *$f(-2) = 0$;*
2. *$f(2) = -4$;*
3. *Les antécédents de 0 sont -2 ; 1 et 3*

Exercice 18 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. *$f(-4) = -6$;*
2. Les antécédents de 0 par f sont : 0 ; 1,9 ; 5
3. L'image de 0 est 0

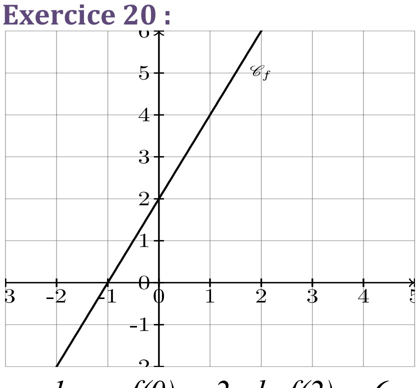
Exercice 19 : On considère la fonction f définie sur [- 8 ; 7] .Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. *a. $f(-8) = -3$; b. $f(-4) = 3$; c. $f(0) = -4$; d. $f(2) = 4$*
2. *a. L'antécédent de 4 est 2 ; b. Les antécédents de 1 sont –5,4 ; -3,4 ; 1,2 ; 2,7 ; 5,2 et 7 ; c. Les antécédents de -3 sont -1 et 0,5*
3. a. A(-4;-5) $\notin C_f$ b. B(-3;1) $\notin C_f$ c. C(1;5) $\notin C_f$

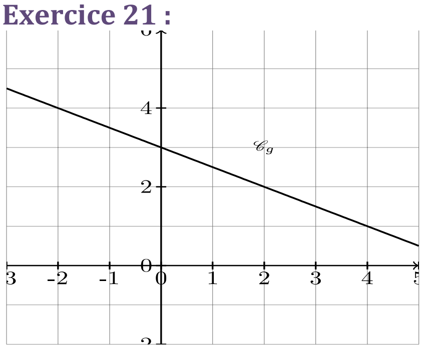
   d. D(3;-2) $\notin C_f$ e. E(1;-2) $\notin C_f$ f. F(7,8) $\notin C_f$

Exercice 20 :



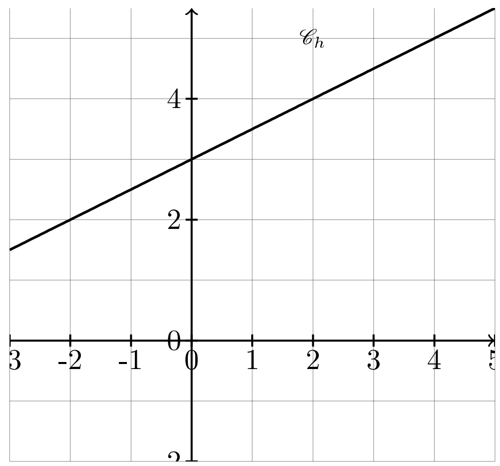
1. *a. $f(0) = 2$; b. $f(2) = 6$ et c. $f(-1,5) = -1$*
2. L'antécédent de 4 est 1; de 5 est 1,5 et de 0 est (-1)

Exercice 21 :



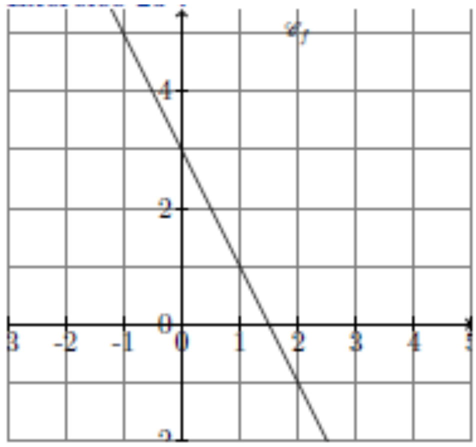
1. a. *$f(0) = 3$; b. $f(3) = 1.5$ et c. $f(-1)=3.5$*
2. *L'antécédent de 4 est -2 ; de 1,5 est 3 et 0 n'a pas d'antécédent*

Exercice 22 :



1. a. f(0) = 2 ; b. f(3) = 4,5 ; c. f(-2) = 2
2. a. L'antécédent de 4 est 2 ; celui de 5 est4 ; et celui 0 n'apparaît pas sur le graphique.
3. A(2 ;-4) $\notin C_f$; B(3 ; 4,5)$\in C_f$

Exercice 23 :



1. a. f(0) = 3 ; b. f(2) = -1 ; f(-1) = 5
2. L'antécédent de 4 est -0.5 ; celui de -1 est 2 et celui de 0 est 1,5
3. A(2 ;0)$\notin C_f$; B(5 ; -1)$\notin C_f$

2) Cas particulier : affine, calcul d'image, antécédent.

Exercice 24 : *f(x)* =$3x+1$; $g(x) = -2x+5$; $h(x) = \frac{1}{2}x - 3$

1. *a. f(2) = 7 ; b. g(-1) = 7 ; c. h(0) = -3 ; d.* $f(-\frac{1}{6}) = \frac{1}{2}$; *e) h(5)* $= -\frac{1}{2}$
2. a. l'antécédent de 4 par la fonction *f est : 3*

   b. l'antécédent de -1 par la fonction *g est : -2*

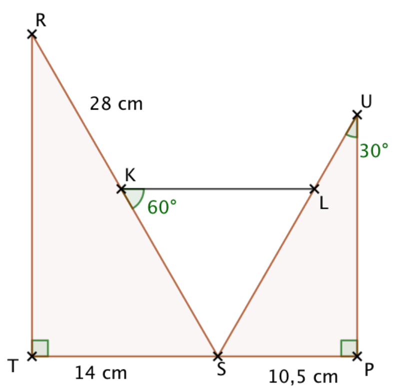
   c. l'antécédent de 0 par la fonction *h est : 6*

   d. l'antécédent de $-\frac{7}{2}$ par la fonction *h est : -1*

   e. l'antécédent(s) de $\frac{1}{3}$ par la fonction *g est :* $\frac{7}{3}$

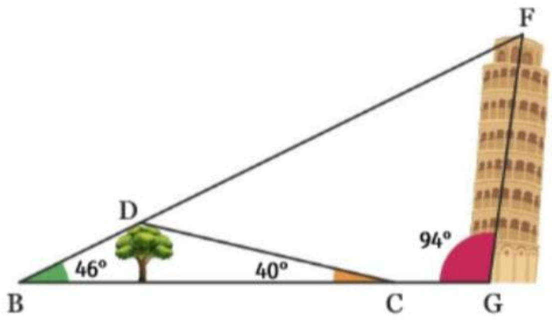
III. Exercices d'approfondissement

Exercice 25 : On considère la figure suivante.



1. D'après la figure, le triangle RST est rectangle en T. On sait que $\widehat{TRS} = 30°$. Or la somme des angles dans un triangle est 180°, donc $\widehat{TSR} = 180 - (90+30) = 60°$
2. a. Dans le triangle SUP, $\widehat{SUP} = 30°$; $\widehat{UPS} = 90°$; *donc* $\widehat{PSR} = 60°$
   Par conséquent, les triangles SRT et SUP sont semblables.
   b. Le coefficient de réduction est : $\frac{SP}{ST} = \frac{10.5}{14} = \frac{3}{4}$
3. SRT et SUP sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles : $\frac{TS}{SP} = \frac{RS}{SU}$ *donc* $SU = \frac{RS \times SP}{TS} = \frac{28 \times 10.5}{14}$
   Donc SU = 21cm

Exercice 26 :



La tour de Pise est matérialisée par le segment [GF], Baptiste par le point B et sa petite sœur par le point C.

On montre que le triangle qu'ils forment tous les deux avec le sommet de l'arbre est semblable à celui que Baptiste forme avec la tour.

D'après la figure, $\widehat{BGF} = 94°$

Dans le triangle BDC, l'angle $\widehat{BDC}$ = 180-(40+46) = 94°

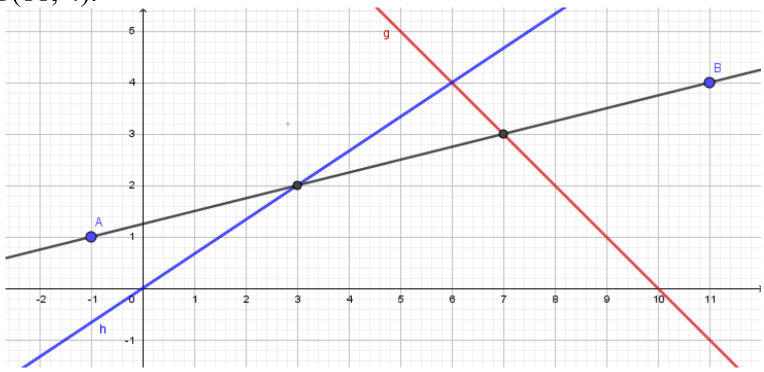
D'autre part, les deux triangles BFG et ADC ont un angle en commun.

Donc les deux triangles BFG et BDC sont semblables.

Exercice 27 :

Parcours 1 :

1) a. On trace la droite (d1) la courbe représentative de la fonction g: x → $10 - x$ et la droite (d2) passant par les points A(-1 ;1) et B(11; 4).



b. Graphiquement, le point d'intersection a pour abscisse x = 7. Donc a = 7

2) On trace la droite (d_3) d'équation h(x) = $\frac{2}{3}x$. Le point d'intersection de (d_2) et (d_3) a pour ordonnée y = 2 ; donc b = 2

3) L'expression de la fonction *f* recherchée est ***f(x) = 7x+2***

Pour crypter le mot « FONCTION », en suivant la démarche indiquée, on obtient les résultats suivants :

	F	O	N	C	T	I	O	N
Code	5	14	13	6	19	8	14	13
Reste de la division euclidienne par 26	11	22	15	18	5	6	22	15
Cryptage	L	W	P	S	F	G	W	P

Donc pour crypter le mot « FONCTION », on a le mot « LWPSFGWP »

Parcours 2 :

6	2
face a	face b

Face c = 2	Face d = 5	Face e = 5	Face f = - 4
L'antécédent de 13 par la fonction $i(x) = 6,5x$ est ...	$h(x) = 5 - 3x$. Le paramètre b de la fonction h est ...	$k(x) = (2x+3) - (-3x+7)$ le paramètre a de la fonction k est ...	L'antécédent de 5 par la fonction $m(x) = -2x - 3$ est ...

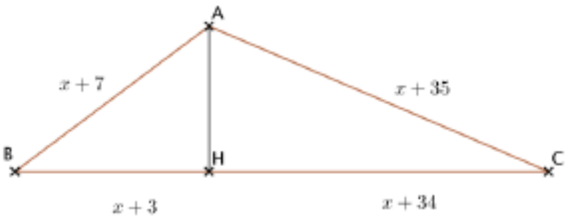
Face g = - 4	Face h = 3	Face i = 3	Face j = 7
L'image de -2 par la fonction $p(x) = -11x - 26$ est ...	$t(x) = 0,75x$. $t(4) = \ldots$	$g(x) = 5x - 7$. L'image de 2 par g est ...	$b(x) = \frac{-1}{8}x + 9$. $b(16) = \ldots$

1) On cherche la fonction affine *f(x) = ax + b*

Avec $a = 6+2+(-4)+3 = 7$ et $b = d-h = 5-3 = 2$

2) L'expression de la fonction affine est $f(x) = 7x+2$
3) Puisqu'on obtient la même fonction, et en suivant la même démarche que précédemment, on obtient le cryptage du mot « FONCTION » avec le mot «LWPSFGWP »

Exercice 28 :



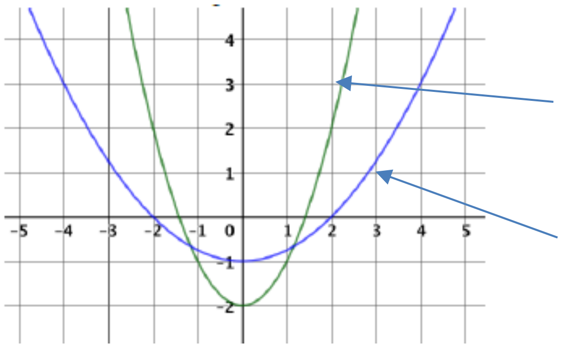
On Détermine la valeur de x afin que les triangles ABH et AHC soient rectangles en H. Pour cela, il faut et il suffit que : (x+7) = AH + (x+3)
et (x+35) = (x+34) +AH
Donc *(x+7) -(x+3) = (x+35) -(x+34)*
Soit 8x+40 = 2x+69 donc x = 29/6

Exercice 29 :

$$a(x) = b(x) + 5x \text{ et } b(x) = (c(x))^2 - 4; \text{ On sait que } c(2) = 3$$

Donc $a(2) = b(2) + 5 \times 2 = ((c(2))^2 - 4) + 10.$ *On trouve* $a(2) = 15$

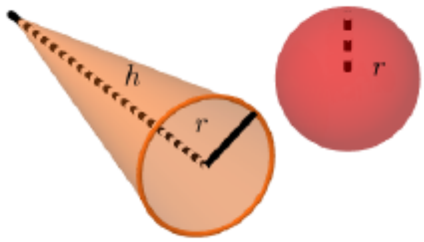
Exercice 30 : On donne ci-dessous les courbes représentatives de deux fonctions h et k



$$h(x) = x^2 - 2 \quad \text{et} \quad k(x) = 0{,}25\,x^2 - 1$$

Ch *h(0) = -2 ;*
Donc *Ch* est la courbe verte
Ck et *Ck est la courbe bleue*

Exercice 31 :



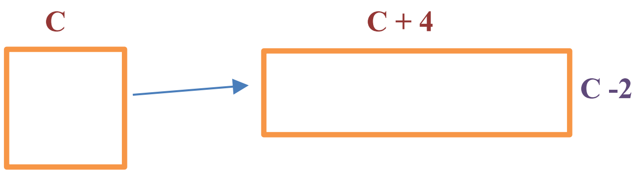
On cherche, en fonction de r, la hauteur h que doit avoir un cône afin qu'il ait le même volume qu'une boule dont le rayon est égal à celui de la base du cône.

Le volume d'un cône de hauteur h et dont la base a pour rayon r est donné par $V_C = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$

et le volume d'une boule de rayon r est donné par : $V_B = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

Donc $V_C = V_B$ si $\frac{1}{3}\pi r^2 \times h = \frac{4}{3}\pi r^3$; En simplifiant on trouve ***h = 4r***

Exercice 32 :



Le rectangle a la même aire que le carré :
$C = (C+4)(C-2)$
C = C +2C – 8 ; On trouve C = 4

Exercice 33 :

On cherche x tel que : $\frac{41-x}{62-x} = \frac{62}{41}$

En faisant le produit en croix, on obtient : $41(41-x) = 62(62-x)$

$$1681 - 41x = 3844 - 62x$$

$$donc \quad x = (3844 - 1681)/(62 - 41)$$

On trouve $\boldsymbol{x = 103}$